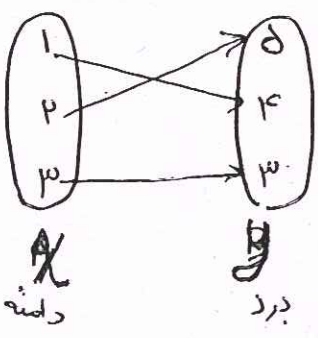


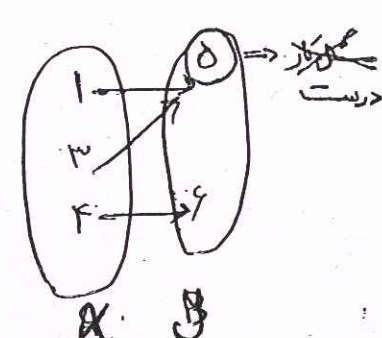
میشه این
آذر

تاریخ
هم
تاریخ
تاریخ

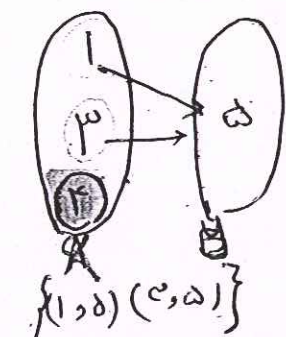
نرخه کنید R یک رابطه از مجموعه X به یک رابطه از مجموعه Y است. به عبارتی دیگر یعنی هر عضو از مجموعه X به یک عضو از مجموعه Y مرتبط است. R یک تابع از مجموعه X به مجموعه Y است اگر و تنها اگر هر عضو از مجموعه X به یک عضو از مجموعه Y مرتبط است. $(x, y) \in R$ و $(x, z) \in R \Rightarrow y = z$ هرگاه آید. مؤلفه اول: در زوج مرتب (x, y) x دامنه و مؤلفه دوم y بردار می گویند. ندارد و تابع می باشد.



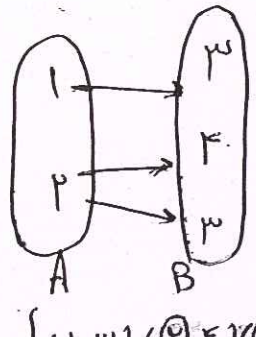
تابع هست
 $\{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$



تابع هست
 $\{(1, 5), (3, 5), (4, 6)\}$



تابع هست زیرا $4 \in A$
 $\{(1, 5), (3, 5)\}$



تابع نیست
 $\{(1, 3), (2, 4), (2, 3)\}$

عدد 4 در هیچ عضوی از B نداریم
۲ عضو از X را به یک عضو از Y برد
عدد 4 را اصلاً به جایی نبرد

۱) $y^2 = 9 - 4x$

$y = \pm \sqrt{9 - 4x}$

۱) نشان دهنده تابع بودن یک ضابطه در یک شکل آن :
سوال) نشان دهید ضابطه $y^2 = 9 - 4x$ تابع نیست

۲) حل : ضابطه را بر اساس y هامرید می بینیم
لها اگر یک تک مقدار داشته تابع هست
رسمی اگر در هر x مقدار متفاوت برد
تابع نمی باشد.

$4x + y - 2x = 3$

۲) $2x + y = 3$
 $y = 3 - 2x$

$x=1 \rightarrow y=1$
بازار هر x یک y دارد



1917

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

حالت دوم : دامنه دوالج را در کمالی با فرجه زوج عبارتند از صفری تقاطعی را که عبارت زیر

رادیکالی را نیز کمتر یا مساوی صفر کنند

حالت ۱) $f(x) = \sqrt{x+5}$

$x+5 \geq 0 \rightarrow x \geq -5$ $DR = [-5, +\infty)$

حالت ۲) $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 8}$

حالت سوم : عبارت داخل رادیکال قابل تجزیه باشند $x-2 \geq 0$

$x^2 - 4x + 8 \geq 0 \rightarrow (x-2)(x-4) \geq 0$

نیست $x=2$

نیست $x=4$

$x-4=0$

تعیین علامت می کنیم

	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$x^2 - 4x + 8$	موافق	مخالف	موافق	
	+	-	+	
	صاف علامت	علامت	صاف علامت	

$Dg = (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$ یا $Dg = \mathbb{R} - \{2, 4\}$
 آنها را که موافق علامت هستند

حالت ۳) $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

حالت سوم : عبارت داخل رادیکال قابل تجزیه نبود از راه Δ حل می کنیم

$x^2 - 3x + 4 \geq 0$ همگی زیر را قابل تجزیه نیست

$\Delta < 0$ ریشه ندارد

$\Delta = 0$ یک ریشه

$\Delta > 0$ ریشه حقیقی (۲)

۱) $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 9 - 16 = -7 < 0$
 ۲) $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ ریشه ندارد

حالت چهارم : دامنه دوالج را در کمالی با فرجه فرد $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2+4}}$

حالت چهارم : دامنه دوالج را در کمالی با فرجه فرد

عبارتند از بدنه در نظر گرفتن

رادیکال و فرجه فرد دامنه زیر رادیکال را

$x^2+4 \rightarrow x = \pm 2i$
 $x^2+4 \rightarrow x = \pm 2i$
 $x^2+4 \rightarrow x = \pm 2i$

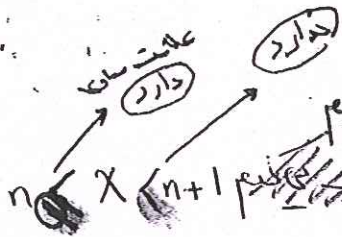
$x^2+4 = 0 \rightarrow x^2 = -4$

$D_f = \mathbb{R} - \{\text{ریشه فرج}\}$

به دست می آوریم



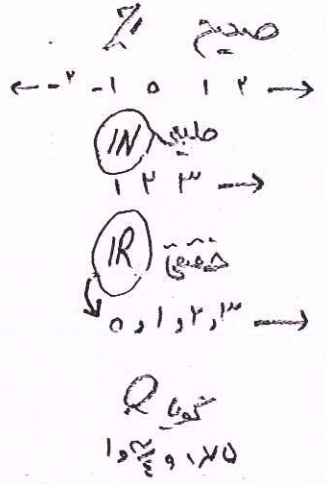
انواع تابع



تابع جزء صحیح: تابع جزء صحیح x را با نماد $[x]$ نشان می‌دهیم و نگوییم $n+1$ که $n \leq x < n+1$ است. $n \in \mathbb{Z}$ به طولی که n نلته بسیار کم

قرار بگیرد جزء صحیح x برابر است با عدد قبلی

$$\begin{aligned}
 [3.5] &= 3 & 3 \leq 3.5 < 4 \\
 [4.25] &= 4 & 4 \leq 4.25 < 5 \\
 [5] &= 5 & 5 \leq 5 < 6 \\
 [0] &= 0 & 0 \leq 0 < 1 \\
 [-4] &= -4 & -4 \leq -4 < -3 \\
 [-3.5] &= -4 & -4 \leq -3.5 < -3
 \end{aligned}$$



حال اگر $n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}
 [x+n] &= [x] + n \\
 [x+k] &= [x] + k
 \end{aligned}$$

* نلته کم: $([x + \frac{1}{5}] \neq [x] + \frac{1}{5})$
 دلال $\rightarrow \frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$

تابع ثابت: تابع $f(x) = a$ به طوریکه $a \in \mathbb{R}$ باشد را یک تابع ثابت گویند

$$\begin{aligned}
 f(x) &= -4 \\
 \downarrow \\
 f(0) &= -4 \\
 f(1) &= -4
 \end{aligned}$$

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is extremely faint and illegible due to the low contrast and ghosting effect. It appears to be organized into several lines or paragraphs, but the specific words and numbers cannot be discerned.

به صورت $f(x) = |x|$ بیان نمود این تابع ~~تابع~~ ^{تابع} (مضامنه ای) است

$$|x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$$

پس تابع قدر مطلق همواره مقدار مثبتی را برمیگرداند (+) و (-) به خودی گیر

مثال ۱۱ ضابطه $y = |x-3|$ را بدون قدر مطلق بنویسید؟

$$|x-3| \Rightarrow \begin{cases} x-3 & \rightarrow x-3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3 \\ -(x-3) & \rightarrow +x-3 < 0 \rightarrow +x < +3 \end{cases}$$

مثال ۱۲ ضابطه $y = |2x+3|$ را بدون قدر مطلق بنویسید؟

$$|2x+3| \Rightarrow \begin{cases} 2x+3 & \rightarrow 2x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \\ -(2x+3) & \rightarrow +2x+3 < 0 \rightarrow x < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

* ترکیب دو تابع : برای دو تابع f و g ترکیب دو تابع $f \circ g$ یا $g \circ f$ تعریف می‌کنیم

و به صورت زیر می‌نویسیم

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

خواهد بود

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Second line of handwritten text.

Third line of handwritten text.

Fourth line of handwritten text.

Fifth line of handwritten text.

Sixth line of handwritten text.

Seventh line of handwritten text.

Eighth line of handwritten text.

Ninth line of handwritten text at the bottom of the page.

مسئله فرض کنید $f(x) = x + 1$ و $g(x) = -x^p + 1$ را

$f \circ g$ ، $g \circ f$ ، $f \circ f$ ، $g \circ g$ را حساب کنید

۱ $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(-x^p + 1) = \downarrow -x^p + 1 + 1 = -x^p + 2$

~~scribble~~

۲ $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x+1) = -(x+1)^p + 1$

۳ $f \circ f(x) = f(f(x)) = f(x+1) = x+1 + 1 = x+2$

مسئله فرض کنید $f(x) = \sqrt{x} + 2x$ و $g(x) = x^p + 1$ باشد $f \circ g$ ، $g \circ f$ ، $f \circ f$ ، $g \circ g$ را حساب کنید

۱ $f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{x^p + 1} + 2(x^p + 1)$

۲ $g \circ f(x) = g(f(x)) = (\sqrt{x} + 2x)^p + 1$

۳ $f \circ f(x) = f(f(x)) = \sqrt{\sqrt{x} + 2x} + 2(\sqrt{x} + 2x)$

تابع زوج و فرد
 متناهی → فرد
 متناهی → زوج

تعریف تابع زوج: $f(x) = f(-x)$

$f(x) = f(-x)$

Section 101

Section 101 - [Faint text]

Section 102 - [Faint text]

Section 103 - [Faint text]

Section 104 - [Faint text]

Section 105 - [Faint text]

Section 106 - [Faint text]

Section 107 - [Faint text]

Section 108 - [Faint text]

Section 109 - [Faint text]

Section 110 - [Faint text]

Section 111 - [Faint text]

Section 112 - [Faint text]

Section 113 - [Faint text]

Section 114 - [Faint text]

تعریف تابع فرد
 ب) تابع $f(x)$ را فردی گوئیم هرگاه برای هر x متعلق به دامنه f داشته باشیم

$f(x) = -f(x)$

مثال) زوج یا فرد بودن تابع را مشخص کنید؟
 الف) $f(x) = x^2$

$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ زوج

ب) $f(x) = x^3 - px$

$f(-x) = (-x)^3 - p(-x) = -x^3 + px = -(x^3 - px) = -f(x)$ فرد

2) $f(x) = -4$

$f(-x) = -4 = f(x)$



چون تابع ثابت است
 در هر صورت
 $f(x) = -4$
 $f(-x) = -4$

د) $f(x) = \frac{x+p}{x-p}$

$f(-x) = \frac{-x+p}{-x-p} = -\frac{(x-p)}{(x+p)}$

* $-\left(\frac{x-p}{x+p}\right)$
 در زوج درجه فرد چون
 هیچ حالتی ندارد

هرجا x بود $-x$
 جزار هفت

نکته! تنها تابعی که هم زوج است هم فرد (صفر) است

تعریف تابع یک به یک: تابع f یک به یک است هرگاه $f(x_1) = f(x_2)$ برابر باشد $x_1 = x_2$

$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$

یا هم برابر باشند

مثال صفحه بعد

Handwritten notes at the top of the page, possibly a title or introductory text.

10/20/20

Large block of handwritten text, possibly a paragraph or list of notes.

10/20/20

Handwritten text block, possibly a continuation of notes or a separate entry.

10/20/20

Handwritten text block, possibly a continuation of notes or a separate entry.

10/20/20

Handwritten text block, possibly a continuation of notes or a separate entry.

10/20/20

Handwritten text block, possibly a continuation of notes or a separate entry.

10/20/20

Handwritten text block, possibly a continuation of notes or a separate entry.

10/20/20

Handwritten text block, possibly a continuation of notes or a separate entry.

نشان دهید توابع زیر یک به یک هستند؟

• $f(x) = 3x^3 \xrightarrow{\text{حل}} f(x_1) = f(x_2)$

$3x_1^3 = 3x_2^3 \rightarrow x_1^3 = x_2^3 \rightarrow x_1 = x_2$

هر خط عمود را با x دارد در یک نقطه قطع
 روی x هم مثل
 توابع با فرجه های فرد یک به یک هستند
 $\sqrt[3]{x_1} = \sqrt[3]{x_2} \rightarrow x_1 = x_2$
 تمام فرجه 3 یک
 تمام فرجه 3 یک

• $f(x) = x^2 + 4 \xrightarrow{\text{حل}} f(x_1) = f(x_2)$

$x_1^2 + 4 = x_2^2 + 4 \rightarrow x_1^2 = x_2^2$

هر خط عمود را با x ها در 2 نقطه قطع
 توابع با فرجه های زوج یک به یک نیستند
 است (چون فرجه فرد دارد برابری شوند) اما اگر فرجه زوج بود یک به یک نیستند
 ~~$x_1 = \pm x_2$~~
 سبک (چون فرجه زوج است 2 مقدار دارد)
 یک به یک یک نیست

• $f(x) = \sqrt{x+4} \xrightarrow{\text{حل}} f(x_1) = f(x_2)$

$\sqrt{x_1+4} = \sqrt{x_2+4} \rightarrow x_1+4 = x_2+4 \rightarrow x_1 = x_2$

تا از زیر رادیکال خارج شود
 است

سوال امتحانی ه میانه تمام
 • $f(x) = \sqrt{2x^2 + 4} \xrightarrow{\text{حل}} f(x_1) = f(x_2)$

$\sqrt{2x_1^2 + 4} = \sqrt{2x_2^2 + 4} \rightarrow 2x_1^2 + 4 = 2x_2^2 + 4 \rightarrow 2x_1^2 = 2x_2^2$

$x_1^2 = x_2^2$
 $x_1 = \pm x_2$
 فرجه زوج
 سبک 2 مقدار
 یک به یک یک نیستند

• $f(x) = |x-4| \xrightarrow{\text{حل}} f(x_1) = f(x_2)$

$|x_1 - 4| = |x_2 - 4|$

توابع قدر مطلق
 می از فرجه از قدر مطلق
 دارد 2 مقدار \pm می شوند
 $x_1 - 4 = \pm (x_2 - 4)$
 یک به یک یک نیستند



* سوال امتحانی
میان قلم

• $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ حل $\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$\frac{x_1-1}{x_1+2} = \frac{x_2-1}{x_2+2} \rightarrow (x_1-1)(x_2+2) = (x_2-1)(x_1+2)$

$x_1x_2 + 2x_1 - x_2 - 2 = x_2x_1 + 2x_2 - x_1 - 2 \Rightarrow x_1 - x_2 = x_2 - x_1$

$2x_1 + x_1 = 2x_2 + x_2$

$3x_1 = 3x_2$

$x_1 = x_2$

هست

از اینجا

• $f(x) = \sqrt{2x+4}$ حل $\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$\sqrt{2x_1+4} = \sqrt{2x_2+4}$ بهر دو طرف توان دوم

$2x_1+4 = 2x_2+4 \rightarrow 2x_1 = 2x_2 \rightarrow x_1 = x_2$

اولین طریقه بودید

هست

۲۹ از

حل بودم

• تابع معکوس هرگاه تابع $f: A \rightarrow B$ تابع یک به یک باشد، غلطه f دارای معکوس است. نقطه اول
 کجا f نشان می دهیم $f: B \rightarrow A$ نکته * نقطه دوم

توان دوم
اولین طریقه
sin x
تک به تک
ولی همه
دارد
sin x
Algebra

$f(x) = 2x^3 + 4$

مسئله معکوس تابع زیر را بیابید تفاوت

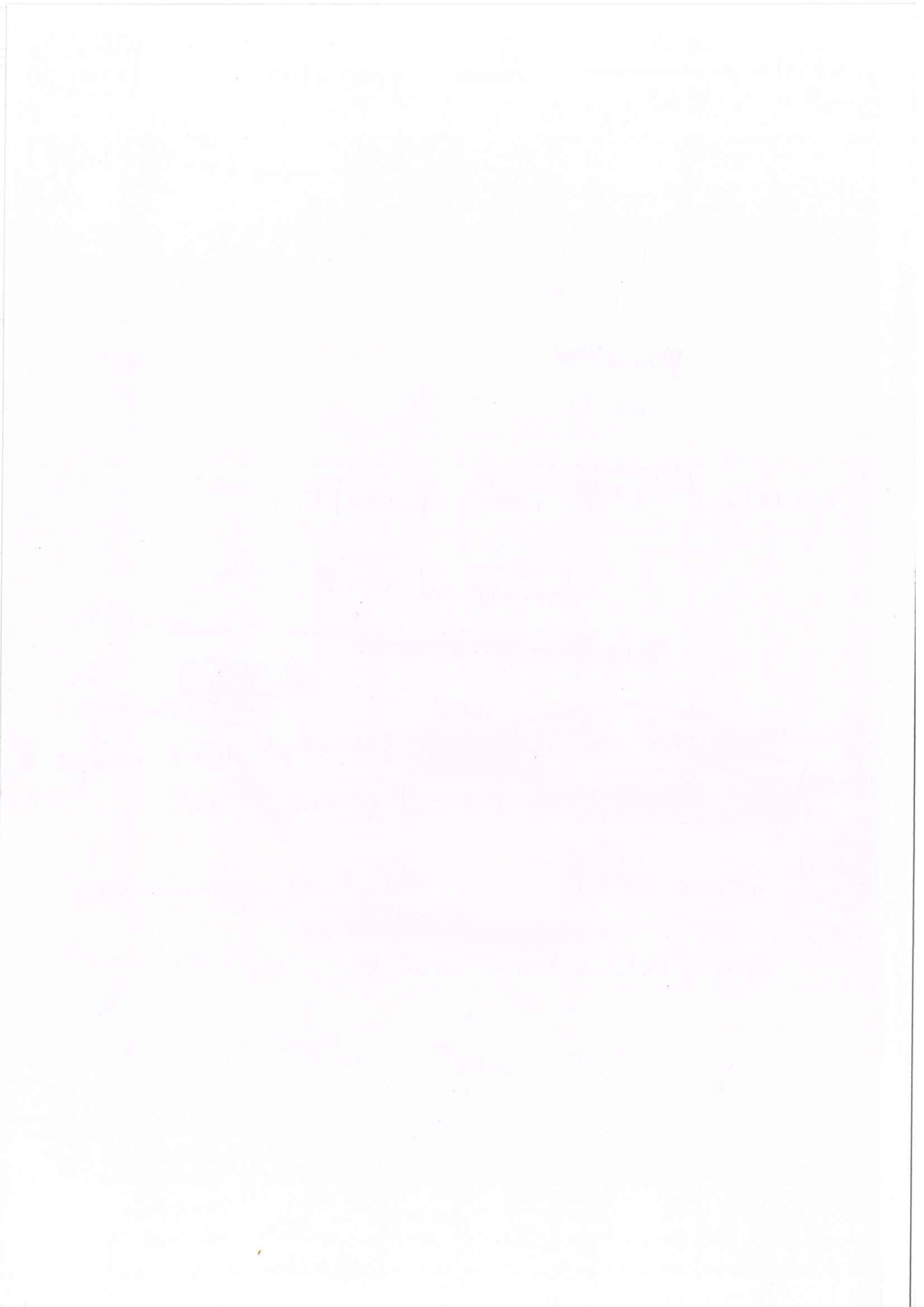
$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow 2x_1^3 + 4 = 2x_2^3 + 4 \rightarrow 2x_1^3 = 2x_2^3 \rightarrow x_1^3 = x_2^3 \rightarrow x_1 = x_2$

$x_1 = x_2$

$y = 2x^3 + 4 \rightarrow 2x^3 = y - 4$ یک طرف را حل می دهیم سریع می کند

$x^3 = \frac{y-4}{2} \rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{y-4}{2}} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x-4}{2}}$

• حال در مرحله آخر
 هر جا وجود $f(x)$
 و هر جا y بود x قرار می دهیم



تابع معلوم زیر را بیابید

ب) $f(x) = x^p - p$

$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1^p - p = x_2^p - p \rightarrow x_1^p = x_2^p$
 $x_1 = \pm x_2$

کتاب بزرگ است ~~معلوم~~ ~~زیر~~

ج) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

توالی اعداد

$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \frac{x_1+1}{x_1-3} = \frac{x_2+1}{x_2-3}$ طرفین درصوب

$(x_1+1)(x_2-3) = (x_1-3)(x_2+1)$

$F x_1 = EXP \rightarrow x_1 = x_2$
 کتاب بزرگ است

حال معلوم $y = \frac{x+1}{x-3}$

$y(x-3) = x+1$

$x - yx = -3y - 1$

$x(1-y) = -3y - 1$

$x = \frac{-3y-1}{1-y} \rightarrow f(x) = \frac{-3x-1}{1-x}$

درجه آخر
 { همبدا x بود
 همبدا y بود x قرار دادیم }

کتاب بزرگ است

* کتاب بزرگ است ~~معلوم~~ ~~زیر~~ ~~اگر~~ ~~کتاب~~ ~~بزرگ~~ ~~است~~

کتاب بزرگ است

کتاب بزرگ است

• $f(x) = \sqrt[p]{x} \rightarrow \sqrt[p]{x_1} = \sqrt[p]{x_2} \xrightarrow{\text{کتاب}} x_1 = x_2 \checkmark$

• $f(x) = \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x_1} = \sqrt{x_2} \xrightarrow{\text{کتاب}} x_1 = x_2 \checkmark$

$\sqrt[p]{x_1} = \sqrt[p]{x_2} \xrightarrow{\text{کتاب}} x_1 = x_2$

|| صنفه مستقار حالت کلی ||

① $y = a$

$$y' = 0$$

② $y = ax$

$$y' = a$$

③ $y = x^n$

$$y' = nx^{n-1}$$

④ $y = e^x$

$$y' = e^x$$

⑤ $y = e^{ax}$

$$y' = ae^{ax}$$

⑥ $y = e^u$

$$y' = u'e^u$$

⑦ $y = \ln x$

$$y' = \frac{1}{x}$$

⑧ $y = \ln u$

$$y' = \frac{u'}{u}$$

⑨ $y = \log_a u$

$$y' = \frac{u'}{u} \times \frac{1}{\ln a}$$

⑩ $y = a^u$

$$y' = u' a^u \times \ln a$$

⑪ $y = \sin u$

$$y' = u' \cos u$$

$\cos u$

$$-u' \sin u$$



(1P)

$$y = \tan u$$
$$\cot u$$

$$y' = u'(1 + \tan^2 u)$$
$$= u'(1 + \cot^2 u)$$

(1W)

$$y = \text{Arcsin } u \longrightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$\text{Arccos } u \longrightarrow \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

(1F)

$$y = \text{Arctan } u \longrightarrow \frac{u'}{1+u^2}$$

$$\text{Arccot } u \longrightarrow \frac{-u'}{1+u^2}$$

1870

1871

1872

1873

1874

1875

1876

1877

1878

①

مشتق

الف) ~~...~~

مثال مشتق توابع زیر را حساب کنید

~~...~~

~~...~~

$$\boxed{y = x^n} \longrightarrow \boxed{y' = n x^{n-1}}$$

حالت کلی

* ۱) $y = -2x^4 \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = (-2) \cdot 4x^{4-1} = -2 \cdot 4x^3 = -8x^3$

* ۲) $y = 4\sqrt{x} \rightarrow y = 4(x)^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = 4 \left(\frac{1}{2}\right) x^{\frac{1}{2}-1} = 2x^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$

~~...~~

* ۳) $y = \frac{2}{x^2} \rightarrow y = 2x^{-2} \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = 2(-2)x^{-2-1} = -4x^{-3} = -\frac{4}{x^3}$

مشتق توابع زیر را بنویسید

الف) ~~...~~

* ۱) $y = x^2 + \sqrt{x} \rightarrow y = x^2 + x^{\frac{1}{2}} \rightarrow y' = 2x + \left(\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}}$

* ادامه $\left(\frac{-2}{2}\right)$ همین برنگه هست

ب)

$$y = x + \frac{1}{x^3} \rightarrow y = x + x^{-3}$$

$$y' = 1 + (-3)x^{-3-1} = 1 + (-3)x^{-4} = 1 - \frac{3}{x^4}$$

ج) $y = x^5 + 3x^2 + x + 1 \rightarrow y' = 5x^{5-1} + 3(2)x^{2-1} + 1 + 0$
 $5x^4 + 6x + 1$

د) $y = (x+3)^2$ اول
انتقال مربع
داخل بدستور
میگیریم $y = x^2 + 6x + 9$
 $y' = 2x + 6$

قضية: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع مشتق پذیر باشند آنگاه پیدا کنیم

$$[f(x)g(x)]' = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

مشتق اول دوم
مشتق اول دوم

الف) $y = (x^3 + x)(x^2 - 2)$
 $f(x) = x^3 + x \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1$
 $g(x) = x^2 - 2 \rightarrow g'(x) = 2x$
 (مثال)

$$y' = (x^3 + x) \cdot 2x + (x^2 - 2)(3x^2 + 1)$$

$f(x) \quad g'(x)$
 $g(x) \quad f'(x)$

ب) $y = 4x^2(x^4 - 1)$

$f(x)$
 $g(x)$

$$y' = (4x^2) \cdot 4x^3 + 4x^2(4x^3)$$

$f'(x) g(x)$
 $f(x) g'(x)$

$f(x) = 4x^2 \rightarrow f'(x) = 8x$
 $g(x) = x^4 - 1 \rightarrow g'(x) = 4x^3$

قضية ٥٧ ✓ اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع مشتق پذیر باشند و $g(x) \neq 0$ باشد

اثبات

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{g(x) f'(x) - f(x) g'(x)}{[g(x)]^2}$$

این قضیه هم کم

مثال: مشتق توابع زیر را حساب کنید.

الف) $y = \frac{x+1}{x-1} \rightarrow f(x)$
 $x-1 \rightarrow g(x)$

$f(x) = x+1 \rightarrow f'(x) = 1$
 $g(x) = x-1 \rightarrow g'(x) = 1$

$$y' = \frac{g(x) f'(x) - g'(x) f(x)}{[g(x)]^2} = \frac{(x-1) \cdot 1 - 1 \cdot (x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

ب) $y = \frac{x^p}{x^p+1} \rightarrow f(x)$
 $x^p+1 \rightarrow g(x)$

$$y' = \frac{p x (x^p+1) - p x^p (x^p)}{(x^p+1)^2} \Rightarrow x$$

ج) $y = \frac{x^p+1}{x^p+3x}$


$$y' = \frac{p x (x^p+3x) - (x^p+1)(p x^p+3)}{(x^p+3x)^2}$$

اگر $y = u^n$ ، u تابعی متغیر است که x باشد آن گاه

فرمول درکار بود $y = n u^{n-1} \cdot u'$

الف) $y = (2x+1)^3 \rightarrow \frac{3}{n} \frac{d}{dx} (2x+1) \cdot 2$
 $u = 2x+1 \rightarrow u' = 2$

ب) $y = (5x^2+x)^{10} \rightarrow 10 \cdot (5x^2+x)^9 \cdot (10x+1)$
 $u = 5x^2+x \rightarrow u' = 10x+1$

* مثال هم در کار بودی $\frac{1}{p} \rightarrow n$
 این تابع فرار از جدول بود 

ج) $y = \left(\frac{4x^3+1}{2x-1} \right)^{1/4}$
 اول متغیر داخل بنامند u

فرض $u = \frac{4x^3+1}{2x-1} = \frac{f(x)}{g(x)}$
 $f(x) = 4x^3+1 \rightarrow f'(x) = 12x^2+1$
 $g(x) = 2x-1 \rightarrow g'(x) = 2$

$y = u^{1/4} \rightarrow \frac{1}{4} u^{-3/4} \cdot u'$
 $y' = \frac{1}{4} \left[\frac{12x^2+1}{(2x-1)^4} - \frac{12x^2-2}{(2x-1)^4} \right] \left(\frac{4x^3+1}{2x-1} \right)^{-3/4}$

حل به روش اول

① مشتق

تعریف ۱: (مشتق در نقطه نقطه) فرض کنید تابع f در یک همبستگی a تعریف شده است. مشتق تابع f در نقطه a که با نماد $f'(a)$ نشان داده می شود عبارت است از:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

به شرط آنکه این حد وجود داشته باشد که در این صورت می گوئیم تابع f در a مشتق پذیر است.

$(x \rightarrow a)$ معادل است با $(h \rightarrow 0)$

حال اگر قرار دهیم $x - a = h$ آن گاه $x = a + h$ در نتیجه

نابرابر این تعریف موقتاً به صورت زیر در می آید

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

تعریف ۲

در a مشتق پذیر است

$f'(1)$ را بدست آوریم (برای سه تعریف مشتق)

مثال: اگر $f(x) = 3x^2 + x$ در این صورت

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{x - 1}$$

حل به روش اول

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (3x+4) = 7$$

روش اول
حل به روش اول
تعریف ۱

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(1+h)^2 + (1+h) - 4}{h}$$

روش دوم
حل به روش اول
تعریف ۲

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 7h + 4 - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3h+7)}{h} = 7$$



(۲) تعریف تابع مشتق: (دایره) f' که با فرمول

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

تعریف می شود. مشتق f نسبت به x می گویند.

دامنه f' عبارت است از مجموعه نقاطی که دامنه f در آنجا مشتق پذیر است.

مثال (۱) $x=0$ مشتق پذیر است $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \left(\frac{1}{x} \right) = \sin \frac{1}{0} = \infty$$

محدود وجود ندارد پس $x=0$ مشتق پذیر نیست
تابع f در $x=0$

مثال (۲) کدام یک از موارد زیر در $x=0$ مشتق پذیر است؟
 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

در $x=0$ مشتق پذیر است

یا $x \sin x$ با معنی تعریف مشتق از یک جمله ساده گرفته شد

$f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x$

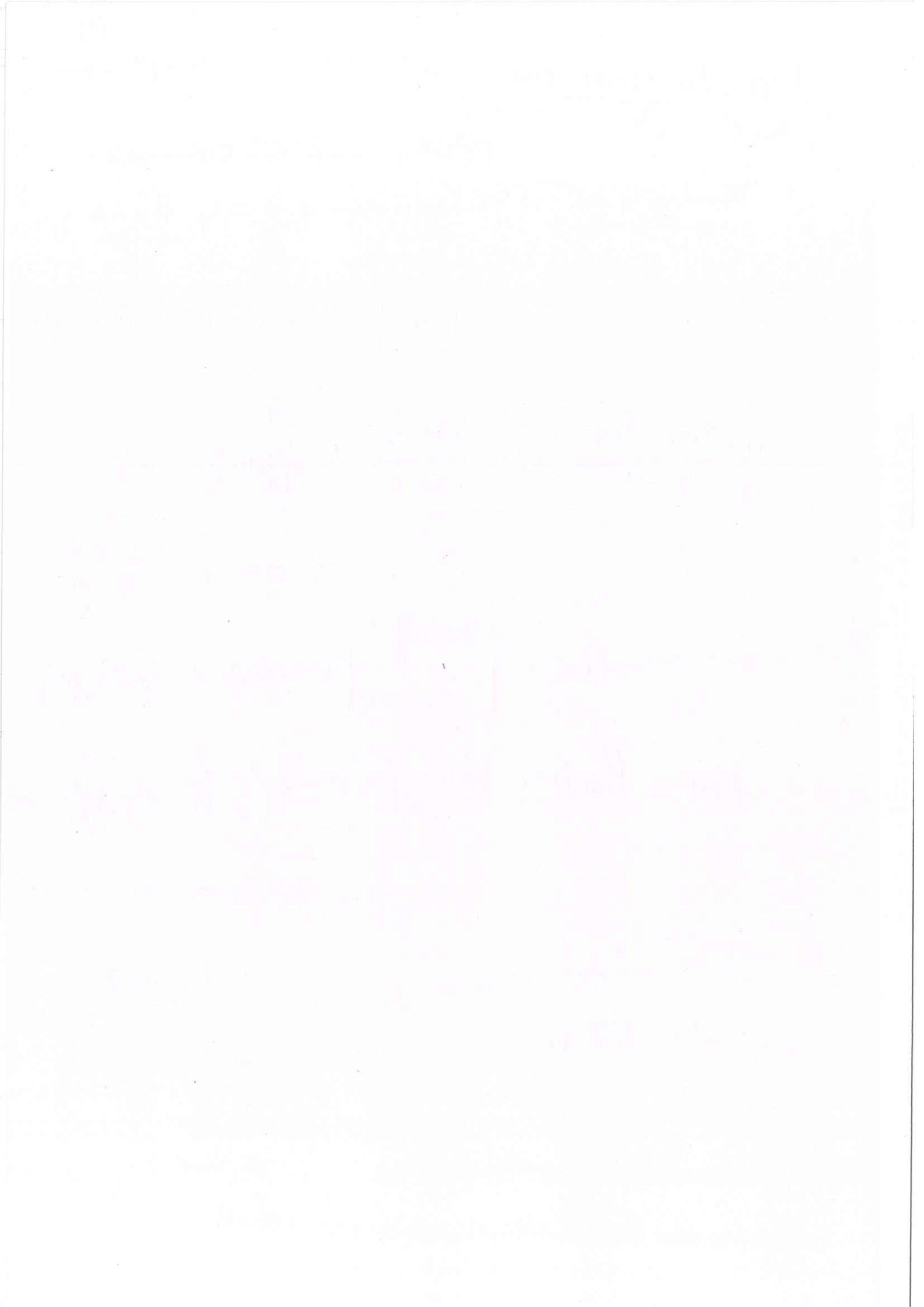
$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$

$f(x) = x^3 - 5x^2 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 10x$

$f(x) = \sin x - 1x - 4x + 3 \rightarrow f'(x) = \cos x - 1 - 4 = \cos x - 5$

* مشتق تابع زیر را بدست آورید

اینهارا نگویند از بعد از تعریف مشتق
صفحه بعد



تابع مشتق $f(x)$ را در صورتی که $f(x)$ را با $f'(x)$ نشان می‌دهند و با استفاده از فرمول‌های

- زیر مشتق تابع $f(x)$ را می‌توانید کنید
- ① $f(x) = a \rightarrow f'(x) = 0$
 - $f(x) = -3 \rightarrow f'(x) = 0$
 - ② $f(x) = ax \rightarrow f'(x) = a$
 - $f(x) = 2x \rightarrow f'(x) = 2$
 - ③ $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n x^{n-1}$
 - $f(x) = 4x - 5 \rightarrow f'(x) = 4$

نکته (در صورتی که)

وقت که مشتق نداشتند

- $f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$
- $f(x) = x^{-4} \rightarrow f'(x) = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}$
- $f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

نکته $\sqrt{x} = x^{1/2}$ از فرمول مشتق

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow x^{1/2} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = 2\sqrt{x^3} \rightarrow 2x^{3/2} \rightarrow f'(x) = 2 \cdot \frac{3}{2} x^{1/2} = 3\sqrt{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \rightarrow x^{-2} \rightarrow f'(x) = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{4}{x^3} \rightarrow 4x^{-3} \rightarrow f'(x) = 4(-3)x^{-4} = -\frac{12}{x^4}$$

- ④ $f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$ $e \equiv 2, \sqrt{2}$
- ⑤ $f(x) = e^u \rightarrow f'(x) = u' e^u$ $u = 2x, u' = 2$

$$f(x) = e^{2x} \rightarrow f'(x) = 2e^{2x}$$

$$f(x) = e^{3x^2} \rightarrow f'(x) = 6x e^{3x^2}$$

$$f(x) = e^{-3x-5} \rightarrow f'(x) = -3e^{-3x-5}$$

$$f(x) = e^{3x-1} \rightarrow f'(x) = 3e^{3x-1}$$

Handwritten header text, possibly a title or date, located at the top of the page.

Handwritten text in the upper middle section of the page, appearing to be a list or series of notes.

Handwritten text	Handwritten text
Handwritten text	Handwritten text
Handwritten text	Handwritten text
Handwritten text	Handwritten text

Handwritten text in the middle section of the page, continuing the notes or list.

Handwritten text in the lower middle section of the page, possibly a summary or conclusion.

Handwritten text at the bottom of the page, including what appears to be a signature or final note.

④ $f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
 ⑤ $f(x) = \ln u \rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u}$ *انچه بنا صفتی / لا صفتی / مشتق*
 • $f(x) = \ln(x^p) \rightarrow f'(x) = \frac{p \cdot x}{x^p} = \frac{p}{x}$

$f(x) = \ln(\frac{\Delta x^p + 2x - 1}{u}) \rightarrow f'(x) = \frac{1 \cdot x + p}{\Delta x^p + 2x - 1} \cdot u'$

① $f(x) = \sin u \rightarrow f'(x) = u' \cos u$
 ② $f(x) = \cos u \rightarrow f'(x) = -u' \sin u$

$\sin x \rightarrow \cos x$
 $\cos x \rightarrow -\sin x$

• $f(x) = \sin(2x) \rightarrow 2 \cos 2x$
 • $f(x) = \sin(e^x) \rightarrow e^x \cos(e^x)$
 • $f(x) = \sin(\Delta x^p) \rightarrow 1 \cdot x \cos(\Delta x^p)$

$f'(x) = e^{-x}(\Delta x) = -\Delta \sin \Delta x$
 • $f(x) = \cos(3x^2 - 1) \rightarrow -6x \sin(3x^2 - 1)$
 • $f(x) = -\Delta x^3 - 3x^p + 2x - \Delta$
 $f' \downarrow$
 $-15x^2 - 6x + 2$

$f(x) = \sin(\Delta x) - \cos(\epsilon x^p)$

مشتق دوام زیر را باید دید

حال $f'(x) = \Delta \cos(\Delta x) - (1x) (-\sin \epsilon x^p)$
 $\Delta \cos \Delta x + 1x \sin x^p$

③ $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$
 $f(x) = u^n \rightarrow f'(x) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ *تغییر کم*

③ حالت کلی و در کاربرد

تغییر کم

$f(x) = (2x - \Delta)^p \xrightarrow{u = 2x - \Delta} p(2x - \Delta)^{p-1} \cdot 2$

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header, which is mostly illegible due to fading.

Main body of handwritten text, consisting of several lines of cursive script. The text is very faint and difficult to decipher.

Handwritten text at the bottom of the page, possibly a signature or a concluding note, also largely illegible.

تاریخ

$$f(x) = (2x^p - 4)^{p \rightarrow n} \rightarrow u^p \rightarrow p(2x^p - 4)^{p-1} \cdot 2x$$

$u = 2x^p - 4 \rightarrow u' = 2px$

حالت جایگزینی در فرمول

$$f(x) = (e^{2x} - 1)^{p \rightarrow n} \rightarrow u^p \rightarrow p(e^{2x} - 1)^{p-1} \cdot 2e^{2x}$$

$u = e^{2x} - 1 \rightarrow u' = 2e^{2x}$

حالت جایگزینی در فرمول

$$\begin{aligned} ax &= a e^{ax} \\ e^{ax} &= a e^{ax} \\ e^{ax} &= a e^{ax} \end{aligned}$$

~~$f(x) = \sin(2x) \rightarrow f'(x) = \cos(2x) \cdot 2$~~

تاریخ

$$f(x) = \ln((2x-1)^p) \xrightarrow{\ln u^p} \frac{u'}{u}$$

$$f'(x) = \frac{p(2x-1)^{p-1} \cdot 2}{(2x-1)^p} = \frac{2p(2x-1)^{p-1}}{(2x-1)^p}$$

$$u = (2x-1)^p \rightarrow u' = p(2x-1)^{p-1} \cdot 2$$

صورت $2x$ که برابر 2 است

تضییحات مستقیم

فرض کنید u و v دو تابع بر حسب x باشند داریم

1 $(u \pm v)' = u' \pm v'$

* 2 $(uv)' = u'v + v'u$

جمع و تفریق متضادیت هستند

(اولی \times متضاد دومی) + (دومی \times متضاد اولی)

* 3 $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

(عبارت صورت \times متضاد مخرج) - (عبارت مخرج \times متضاد صورت)

(مخرج)²

4 $f(x) = \frac{(3x^p - 5)(2x-1)}{u \quad v}$

$\begin{cases} u = 3x^p - 5 \rightarrow u' = 3px \\ v = 2x - 1 \rightarrow v' = 2 \end{cases}$

حالت در فرمول جایگزینی

$$f'(x) = u'v + v'u = (3px)(2x-1) + 2(3x^p - 5)$$

حاصل کنیم



$$f(x) = \frac{e^x}{u} \sin(\omega x) \quad v$$

$$\begin{cases} u = e^x \rightarrow u' = e^x \\ v = \sin(\omega x) \rightarrow v' = \omega \cos(\omega x) \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{e^x \sin(\omega x)}{u' v} + \frac{\omega \cos(\omega x) \cdot e^x}{v' u}$$

حاله در فرمول جایگزین می کنیم

$$f(x) = \frac{(\omega x - 3)^3}{u} (x+1) \quad v$$

$$\begin{cases} u = (\omega x - 3)^3 \rightarrow u' = 3(\omega x - 3)^2 \cdot \omega \\ v = x + 1 \rightarrow v' = 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{3(\omega x - 3)^2 (\omega x - 3) (x+1)}{u' v} + \frac{1(\omega x - 3)^3}{v' u}$$

حاله در فرمول جایگزین می کنیم

$$f(x) = \sin^3 x = \cos^2 x$$

$$\cos^2 x \rightarrow 2 \cos x \cdot \sin x$$

$$f'(x) = \frac{3 \cos^2 x (\cos x)}{u' v} + \frac{2 \cos x \sin x}{v' u} = \frac{3 \cos^3 x + 2 \sin x \cos x}{(1 - \sin^2 x)^2}$$

$$\begin{cases} u = \sin^3 x \rightarrow u' = 3 \cos^2 x \\ v = \cos^2 x \rightarrow v' = -2 \sin x \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{\sin(\omega x + 1)}{\cos x}$$

$$\frac{1 \cdot \cos(\omega x + 1) (\cos x) - (-\sin x) \sin(\omega x + 1)}{(\cos x)^2}$$

$$\begin{cases} u = \sin(\omega x + 1) \rightarrow u' = 1 \cdot \cos(\omega x + 1) \\ v = \cos x \rightarrow v' = -\sin x \end{cases}$$

$$\sin u \rightarrow u' \cos u$$

$u = \left(\frac{\omega x + 1}{\cos x}\right)$
 حاله در فرمول جایگزین می کنیم

درین زودتر می بینیم

توجه داشته باشید

مشتق مرتبه اول را $f'(x)$ و مشتق $f(x)$ را $f''(x)$ می نامیم یعنی 2 بار از نام f است به مشتق

می گویند به همین ترتیب مشتق مرتبه 3 $f'''(x)$ را 3 بار از نام f مشتق می گیریم یعنی 3 بار از نام f مشتق می گیریم

مشتق مرتبه اول را $f'(x)$ و مشتق $f(x)$ را $f''(x)$ می نامیم یعنی 2 بار از نام f است به مشتق

مشتق مرتبه اول را $f'(x)$ و مشتق $f(x)$ را $f''(x)$ می نامیم یعنی 2 بار از نام f است به مشتق

$$f(x) = 7x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$f'(x) = 21x^2 - 4x + 1$$

$$f''(x) = 42x - 4$$

$$f'''(x) = 42$$

مطلوبی
 مورد اول



سؤال التفاضل

$$g(x) = \ln \left(\frac{x^2 + 2x}{a} \right)$$

ادخل $\ln u = \frac{u'}{u}$ $g'(x) = \frac{2x+2}{x^2+2x} \rightarrow \frac{2}{x+1}$

$$\begin{cases} u = 2x+2 \rightarrow u' = 2 \\ v = x^2+2x \rightarrow v' = 2x+2 \end{cases}$$

صيغة مرتبة دوم $g''(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{2(x^2+2x) - (2x+2)(2x+2)}{(x^2+2x)^2}$

سؤال التفاضل

$$f(x) = \sin \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right) \quad u' \cos u$$

$f'(x) = \frac{7x}{a} \cos \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right)$ $\begin{cases} u = 7x^2 - 4 \rightarrow u' = 14x \\ v = \cos \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right) \rightarrow v' = -\sin \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right) \cdot \frac{14x}{a} \end{cases}$

$f''(x) = u'v + v'u = 14 \cos \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right) - \frac{14x}{a} \sin \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right)$

~~$f(x) = \sin \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right)$~~

$\sin u \rightarrow n \sin u \cdot u'$

~~$f'(x) = \frac{14x}{a} \cos \left(\frac{7x^2 - 4}{a} \right)$~~

سؤال التفاضل $f(x) = \cos \epsilon x$ $\sin 0 = 0$ $\cos 0 = 1$

$f(x) = \cos \epsilon x$

$f'(x) = -\epsilon \sin \epsilon x$

$f''(x) = -\epsilon^2 \cos \epsilon x$

$f'''(x) = (-\epsilon^2)(-\epsilon) \sin \epsilon x = \epsilon^3 \sin \epsilon x$

$f^{(4)}(x) = (\epsilon^3)(\epsilon) \cos \epsilon x = \epsilon^4 \cos \epsilon x$

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that this is crucial for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

2. The second part of the document outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. It highlights the need for consistent and reliable data collection processes to support effective decision-making.

3. The third part of the document focuses on the role of technology in data management and analysis. It discusses how modern software solutions can streamline data collection, storage, and reporting, thereby improving efficiency and accuracy.

4. The fourth part of the document addresses the challenges associated with data management, such as data security, privacy, and integration. It provides strategies to mitigate these risks and ensure the integrity and confidentiality of the organization's data.

5. The final part of the document concludes by summarizing the key findings and recommendations. It stresses the importance of a proactive approach to data management and the continuous monitoring and improvement of data collection and analysis processes.

مشق سوم درمبارزه با رادیکال و رادیکال و رادیکال

$$f(x) = \ln(\sin x)$$

$$\ln u = \frac{u'}{u}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\frac{u'v - v'u}{u^2}$$

$$\begin{cases} u = \cos x \rightarrow u' = -\sin x \\ v = \sin x \rightarrow v' = \cos x \end{cases}$$

حال در فرمول جایگزین می‌کنیم

$$f''(x) = \frac{(-\sin x)(\sin x) - (\cos x)(\cos x)}{(\sin x)^2} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$g(x) = \sin^2(\delta x - 1)$$

برای حل این فرمول (*) را می‌تواند

$$g'(x) = 2 \sin(\delta x - 1) \cdot (\delta \cos(\delta x - 1))$$

فرض $u = \delta x - 1$

$$g'' \Rightarrow u, v$$

* فرمول *

$$\sin^p u = p \sin^{p-1} u \cdot u' \cos u$$

رادیکال و رادیکال و رادیکال

$$\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$$

$$f(x) = \sin^3 x$$

$$f(x) = \sin^3 x$$

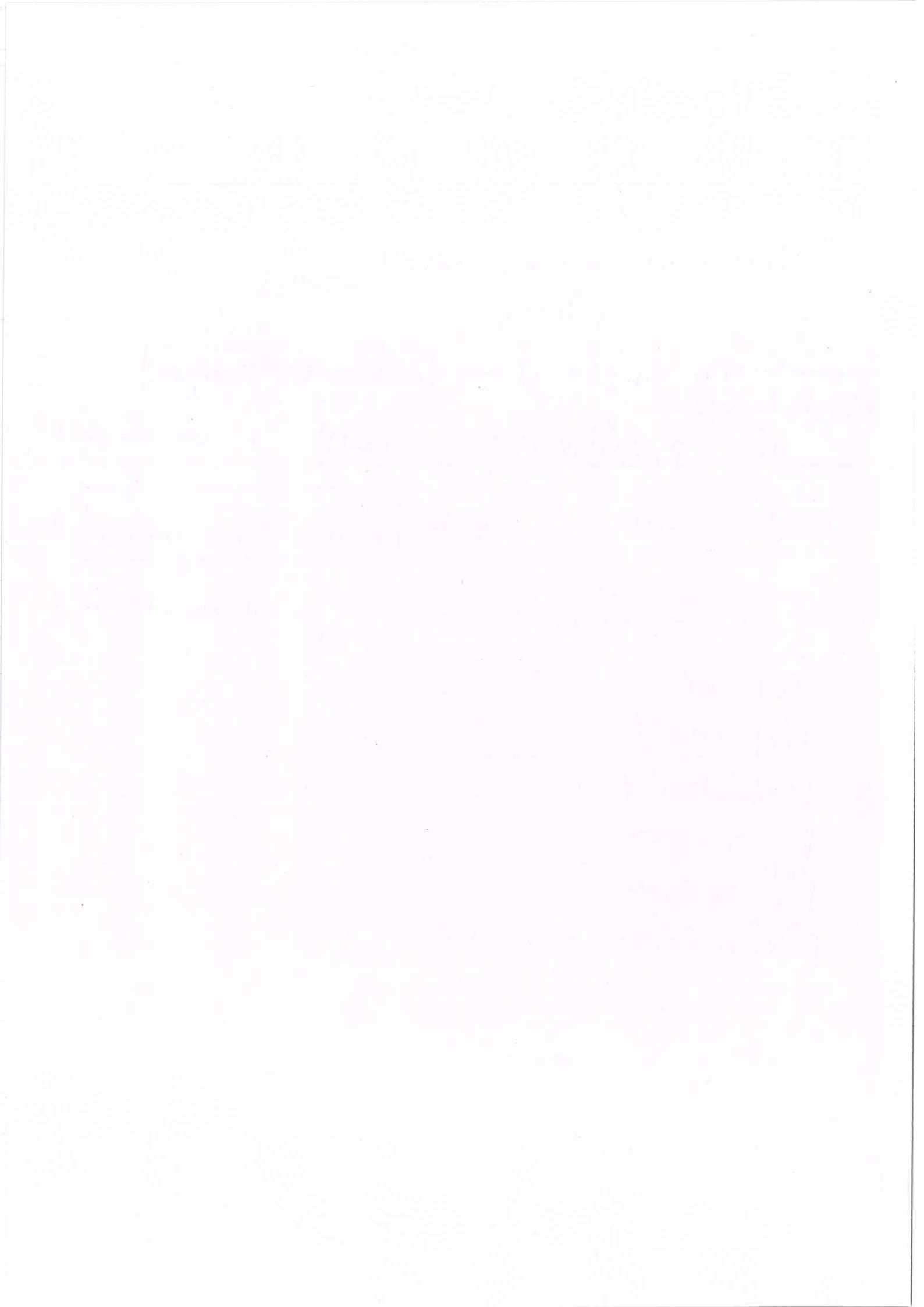
$$f'(x) = 3 \cos^2 x$$

$$f''(x) = -6 \sin x \cos x$$

$$f'''(x) = -2 \cos^2 x + 2 \sin^2 x$$

$$f^{(4)}(x) = +4 \sin x \cos x$$

$$f^{(5)}(x) = 4 \cos^2 x - 4 \sin^2 x \Rightarrow 4 \cos 2x = 4 \cos 2x$$



نویسند و در صورت لزوم برای آن در نظر بگیرند *

مشاوره

یافته: در بعضی از موارد می توان تابع را به صورت $y = f(x)$ نوشت به عنوان مثال در معادله

$$e = 2xy + 5xy - e^x$$

رایج صورت ~~رایج~~ بارندگی کرد که به آن تابع ضمنی گویند

$$y' = - \frac{f'_x}{f'_y}$$

مشتق f نسبت به x

مشتق f نسبت به y

$$2xy + 5xy - e^x = 0 \rightarrow \begin{cases} f'_x = 2y + 5y - e^x \\ f'_y = 2x + 5x \end{cases}$$

$$y' = - \frac{f'_x}{f'_y} = - \frac{7xy - e^x}{7x^2y + 5x}$$

$$e + \sqrt{xy} = \Delta xy - \Delta y \rightarrow e + \sqrt{xy} - \Delta xy + \Delta y = 0$$

$$y' = - \frac{f'_x}{f'_y} = - \frac{y e^{xy} + 1/2 \sqrt{xy} - \Delta y}{x e^{xy} + 1/2 \sqrt{xy} - \Delta x + \Delta}$$

$$f'_x = y e^{xy} + 1/2 \sqrt{xy} - \Delta y$$

$$f'_y = x e^{xy} + 1/2 \sqrt{xy} - \Delta x + \Delta$$

$$\cos(xy) = \sqrt{xy} \rightarrow \cos(xy) - \sqrt{xy} = 0$$

$$y' = - \frac{-y \sin(xy) - \sqrt{y}}{-x \sin(xy) - \sqrt{x}}$$

$$f'_x = y \cdot -\sin(xy) - \sqrt{y}$$

$$f'_y = x - \sin(xy) - \sqrt{x}$$

مثال: اگر $xy - x^2 + y^2 + e^y = 0$ مقدار $\frac{dy}{dx}$ را در نقطه $(1, 1)$ بدست آورید؟

$$y' = - \frac{y - 2x}{x + 2y} = - \frac{1 - 2(1)}{1 + (2 \cdot 1)} = - \frac{-1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$f'_x = y - 2x$$

$$f'_y = x + 2y$$

۹ « صنیه انتگرالها »

یادگیری فصول اولیه برای حل انتگرالهای معین

$$\textcircled{1} \int dx = x + c \longrightarrow \int_1^p dx = (p-1) + c$$

$$\textcircled{2} \int a dx = ax + c \longrightarrow \int x dx = \frac{1}{2}x^2 + c$$

$$\textcircled{3} \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \longrightarrow \int x^f dx = \frac{x^{f+1}}{f+1} + c$$

$$\textcircled{4} \int \sin ax dx \xrightarrow{\text{ضد}} \frac{1}{a} \cos ax + c$$

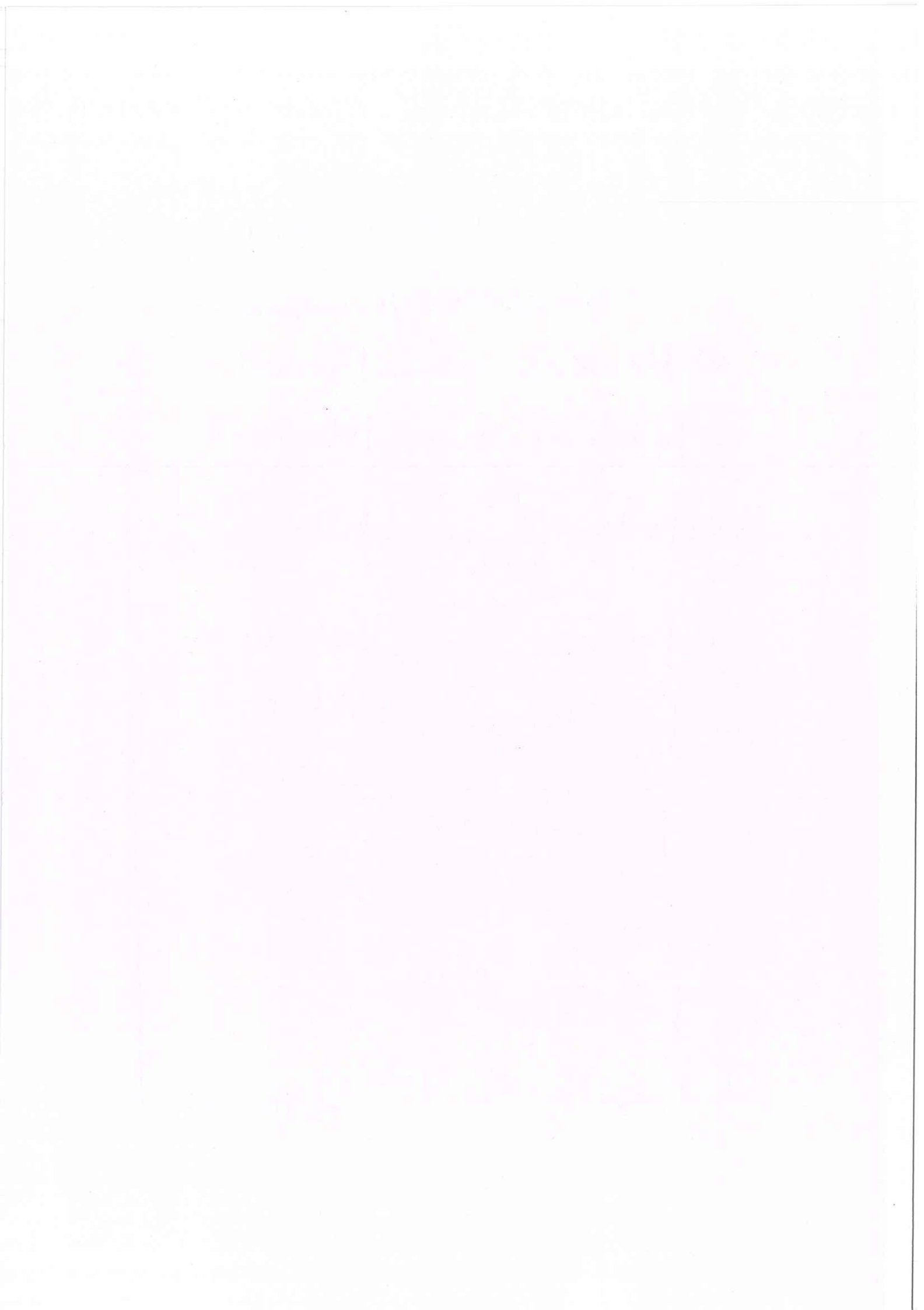
$$\textcircled{5} \int \cos ax dx \longrightarrow \frac{1}{a} \sin ax + c$$

$$\textcircled{6} \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$$

$$\textcircled{7} \int e^x dx = e^x + c$$

$$\textcircled{8} \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c$$

$$\textcircled{9} \int \frac{dx}{\cot ax} = \frac{1}{a} \ln|e^{ax}| + c + \frac{1}{a} \ln|\sin ax| + c$$



(1) (B)

تعریف: تابع f بر بازه $[a, b]$ انتگرال پذیر بودن
 را انتگرال پذیر گویند هرگاه
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (f) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (F)$
 (حد پایین) (حد بالا)

انواع انتگرال: ۱- انتگرال معین
 ۲- انتگرال نامعین
 $\int_a^b f(x) dx$ (مقدار نام)

برخی ویژگیهای انتگرال معین: $\int_a^b f(x) dx$

ویژگی (۱) عبارت است از انتگرال تابع ثابت و $f \equiv 1$ در بازه $[a, b]$ و
 $\int_a^b dx = b - a$
 می توان ثابت کرد:

مثال $\int_1^3 dx = 3 - 1 = 2$

ویژگی (۲) اگر f در بازه $[a, b]$ انتگرال پذیر و k یک عدد حقیقی ثابت باشد آنگاه

$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \rightarrow \int_a^b 3x^2 dx = 3 \int_a^b x^2 dx$
 (پس بردن)

ویژگی (۳) اگر f و g تابع انتگرال پذیر در بازه $[a, b]$ باشند آنگاه

$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
 (مثال: $7x^2 + 4x$)

* قضیه: اگر f در بازه $[a, b]$ انتگرال پذیر باشد داریم
 $\int_a^b f(x) dx =$

$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

لزماً عدد c است a, b نیست

[Faint, illegible handwriting covering the page]

انگزال توابع پله‌ای

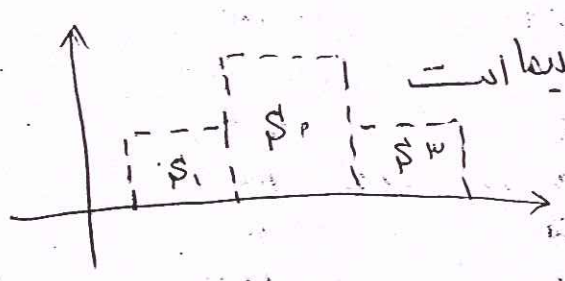
فرضه‌ای کنیم E تابعی پله‌ای باشد که بر $[a, b]$ تعریف شده و این فاصله را بیشتر فاصله

افزای کنیم که در این حالت انگزال E از a تا b با علامت $\int_a^b E(x) dx$ نشان داده می‌شود بصورت

$$\int_a^b E(x) dx = S_1 + S_2 + \dots + S_k$$

تعریف می‌کنیم با تقویبه نمودار در حلقی که $E(x) = c$ باشد در این حالت

و مجموع مساحتها مطلوب برای هر بازه ثابت $\int_a^b c dx = c(b-a)$



است و برابر مجموع مساحتهای مستطیبات

در مثال بیشتر با این خصوصیت آشنا می‌شوید

خاصیت‌ها • خواص انگزال توابع پله‌ای :

1) $\int_a^b (E(x) + F(x)) dx = \int_a^b E(x) dx + \int_a^b F(x) dx$

2) $\int_a^b k E(x) dx = k \int_a^b E(x) dx$

3) اگر $x \in [a, b]$ باشد $E(x) < F(x)$ باشد $\int_a^b E(x) dx < \int_a^b F(x) dx$

که اعداد a, c, b باشند

$a < c < b$ باشد

باشند

4) $\int_a^c E(x) dx + \int_c^b E(x) dx = \int_a^b E(x) dx$

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section of the page.



Handwritten text in the lower middle section of the page.



Handwritten text at the bottom of the page.

(5) $\int_a^a E(x) dx = 0$

(3) $\int_1^1 x dx = 0$
 این نکته هم $\frac{x^2}{2} \Big|_1^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

(6) $\int_a^b E(x) dx = \int_{-b}^{-a} E(-x) dx$
 اگر جاهای منفی را مثبت و منفی‌ها را کبیر کنیم

مسئله مقدار انتگرال $\int_{-1}^2 [x] dx$ را محاسبه کنید

حل: $[2, -1]$ را زیر فاصله‌های مانند $[1, 2]$ ، $[0, 1]$ ، $[-1, 0]$ تقسیم می‌کنیم

$$S = \int_{-1}^2 [x] dx = \underbrace{\int_{-1}^0 [x] dx}_{S_1} + \underbrace{\int_0^1 [x] dx}_{S_2} + \underbrace{\int_1^2 [x] dx}_{S_3}$$

در فاصله $-1 < x < 0$ جزء صحیح همیشه -1 است

$$S_1 = \int_{-1}^0 [x] dx = \frac{-1}{2} (0 + 1) = -1$$

در فاصله $0 < x < 1$ جزء صحیح همیشه 0 است

$$S_2 = \int_0^1 [x] dx = \frac{0}{2} (1 - 0) = 0$$

$$S_1 + S_2 + S_3 =$$

$$-1 + 0 + 1 = 0$$

در فاصله $1 < x < 2$ جزء صحیح همیشه 1 است

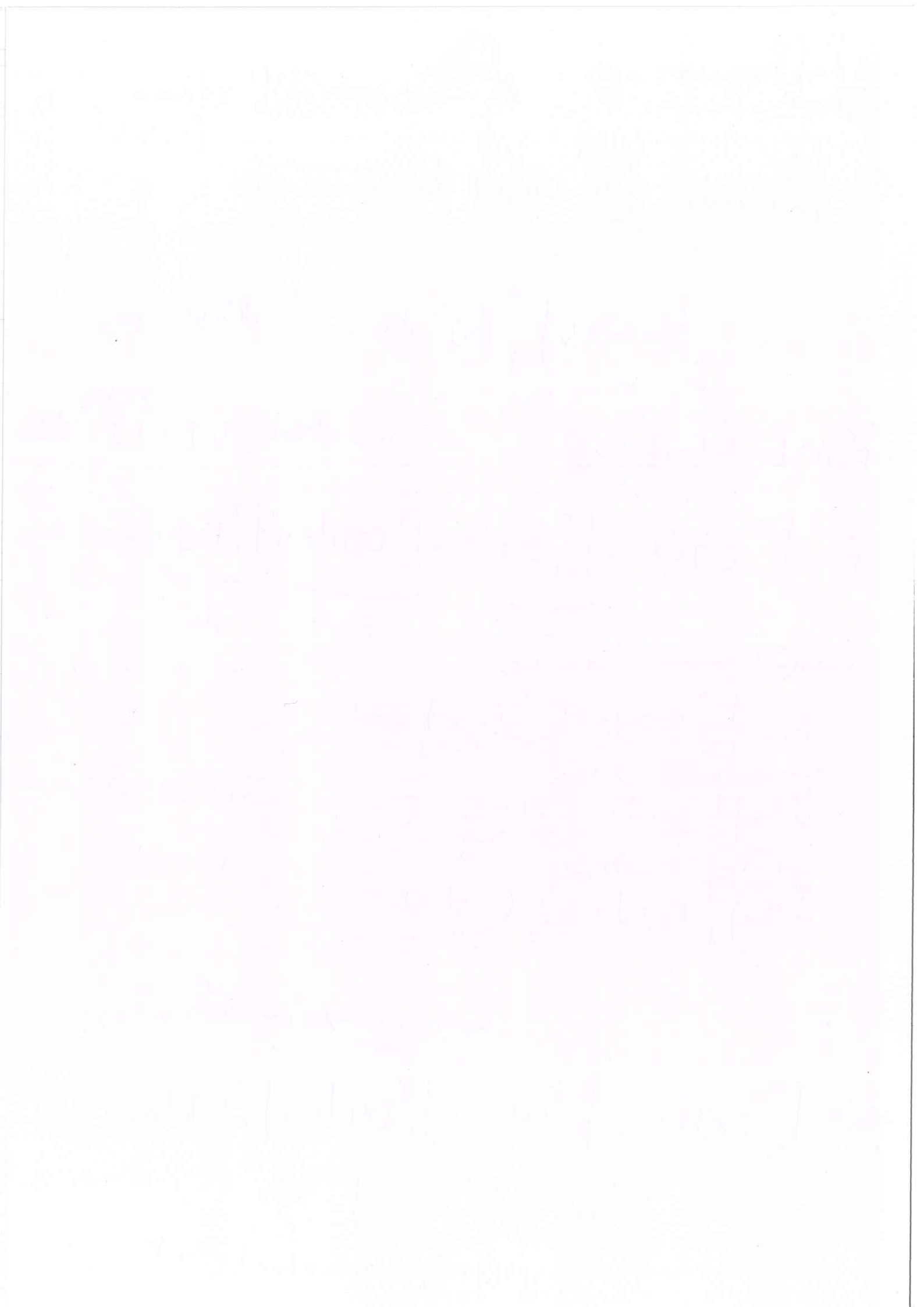
$$S_3 = \int_1^2 [x] dx = \frac{1}{2} (2 - 1) = 1$$

پس جواب انتگرال مورد نظر ما صفر می‌باشد

(مسئله) $\int_0^3 [x] dx = \int_0^1 [x] dx + \int_1^2 [x] dx + \int_2^3 [x] dx$

$$\int_0^1 0 dx + \int_1^2 1 dx + \int_2^3 2 dx$$

$$0(1-0) + 1(2-1) + 2(3-2) = 1 + 2 = 3$$



(4)

انتگرال ناصبی (تابع اریبه)

عمل انتگرال گیری ناصبی را عمل عکس مشتق گیری نامیم به عبارتی اگر $\frac{dy}{dx} = f(x)$ باشد

آنگاه تابعی مانند y وجود دارد و چنان تعیین می کنیم که از مشتق گیری تابع f بدست آید

اگر چنین تابعی وجود داشته باشد آنرا انتگرال ناصبی می نامیم و بصورت

$$\int dy = \int f(x) dx$$

نسازی می دهیم

مثال اگر $\frac{dy}{dx} = 2x^6$ باشد $dy = 2x^6 dx$ $\int dy = \int 2x^6 dx$

از اینجا $y = \frac{2x^7}{7} + c$ یا $y = \frac{1}{3}x^7 + c$ و ملاحظه

~~$\frac{dy}{dx} = 2x^6$ یعنی $y = 2x^6$~~

نتیجه 1: اگر c مقدار ثابتی باشد آنکه $\int c f(x) dx = c \int f(x) dx$

نتیجه 2: اگر f و g دو تابع باشند انتگرال پذیر آنکه $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

نتیجه 3: اگر $n \neq -1$ آنکه $n \neq -1$ زیرا اگر $n = -1$ باشد عدد با قدر منفی شده

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$$

نتیجه 4: اگر u تابعی از x باشد

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section of the page.

Handwritten text in the middle section of the page.

Handwritten text in the lower middle section of the page.

Handwritten text at the bottom of the page.

(5)

قواعد اشتغال کثیر

(1) ~~∫ dx/x = ln|x| + c~~

(2) ∫ dx/(1+x^2) = Arc tan x + c → اشتغال کثیر

(3) ~~∫ dx/(x^2-a^2) = 1/2a ln |(x-a)/(x+a)| + c~~

(4) ~~∫ dx/(a^2-x^2) = 1/2a ln |(a+x)/(a-x)| + c~~ نتیجہ قواعد اشتغال کثیر

(5) ~~∫ sin x dx = -cos x + c~~ (1) ∫ sin x dx = -cos x + c

(6) ~~∫ cos x dx = sin x + c~~ (2) ∫ cos x dx = sin x + c

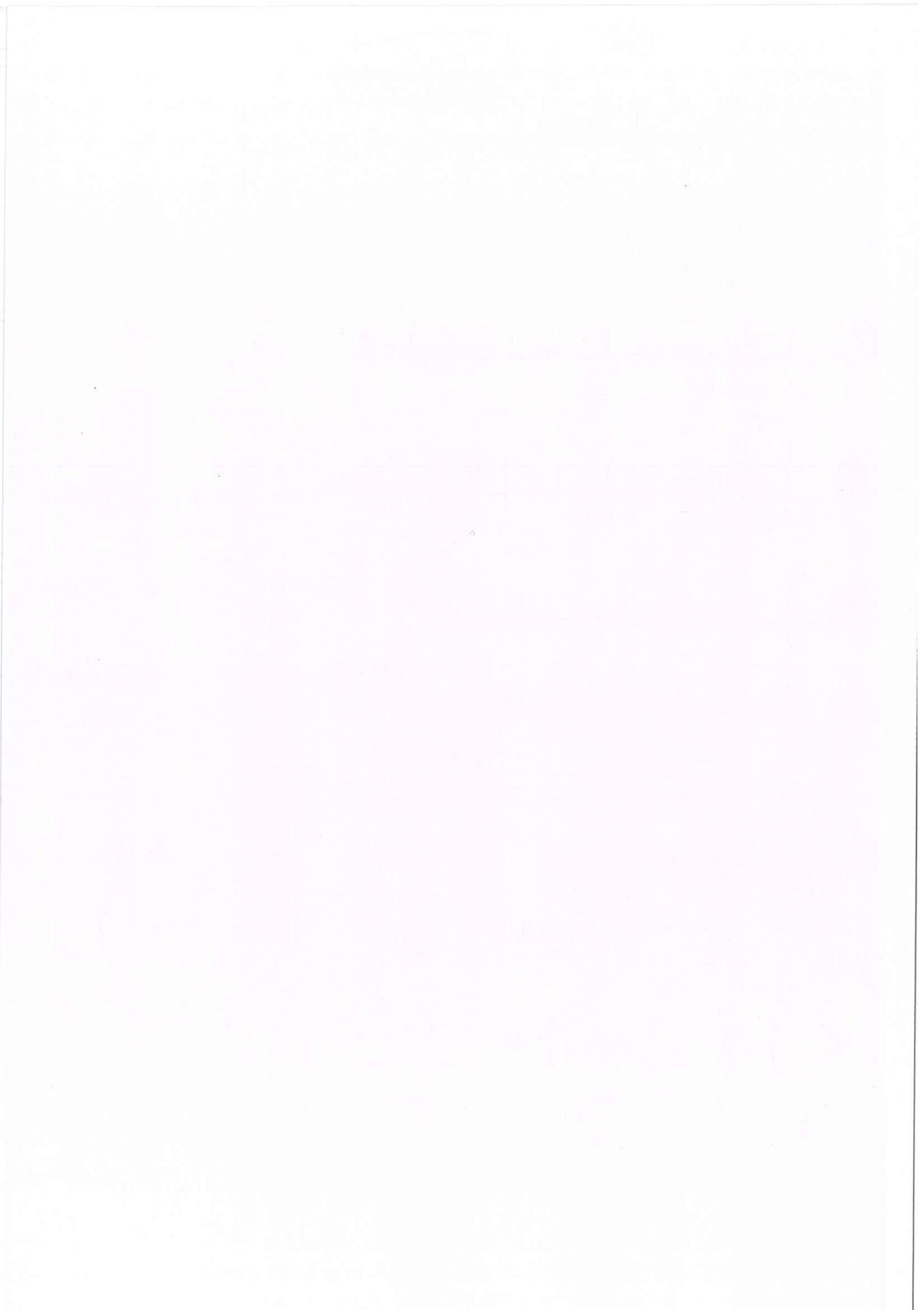
(7) ∫ (x^p + x + 1) dx = P

مثال کا:

∫ x^n dx = 1/(n+1) x^(n+1) فرمولہ دیکھیں

∫ x^p dx + ∫ x dx + ∫ 1 dx

1/(p+1) x^(p+1) + 1/2 x^2 + x + c = 1/3 x^3 + 1/2 x^2 + x + c



Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section of the page.

Handwritten text in the middle section of the page.

Handwritten text in the lower middle section of the page.

Handwritten text in the lower section of the page.

Handwritten text at the bottom of the page.

(1A)

جلسه سوم

انتگرال عین

فرض کنیم f تابعی پیوسته بود بازه $[a, b]$ باشد و برای هر x از $[a, b]$ داشته باشیم

$$\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a) \quad \text{صورت } f(x) = F(x)$$

$$\int_1^2 x^3 dx = ? \quad \text{مسئله}$$

$$\int_1^2 x^3 dx = F(2) - F(1) = \left. \frac{1}{4} x^4 \right|_1^2 \Rightarrow \left. \frac{x^4}{4} \right|_1^2$$

$$\left. x^4 \right|_1^2 = 2^4 - 1^4 = 16 - 1 = 15$$

$$F(2) - F(1)$$

نتیجه: اگر n عدد گویای دلخواهی باشد که بازه آن نام $[a, b]$ $f(x) = x^n$

$$\int_a^b x^n dx = \frac{1}{n+1} (b^{n+1} - a^{n+1}) \quad \text{پیوسته باشد آنکه}$$

$$\int_1^4 (7x^2 - 4x + 5) dx = ? \quad \text{مسئله انتگرال عین}$$

$$\text{حل: } \int_1^4 (7x^2 - 4x + 5) dx \Big|_1^4 = 7 \int_1^4 x^2 dx \Big|_1^4 - 4 \int_1^4 x dx \Big|_1^4 + 5 \int_1^4 dx \Big|_1^4$$

$$\left. \frac{7x^3}{3} \right|_1^4 - \left. \frac{4x^2}{2} \right|_1^4 + \left. 5x \right|_1^4$$

$$\left. \frac{7x^3}{3} \right|_1^4 - \left. 2x^2 \right|_1^4 + \left. 5x \right|_1^4$$

$$\frac{7}{3}(4^3 - 1^3) - 2(4^2 - 1^2) + 5(4 - 1) = 111$$

Handwritten header text, possibly a date or page number, located at the top of the page.

Main body of handwritten text, consisting of several lines of cursive script.

A line of handwritten text, possibly a signature or a specific heading.

Handwritten text block containing a large, faint circular stamp or seal in the center.

Bottom section of handwritten text, including a signature and possibly a date.

1) $\int_0^{\pi/2} \sin x dx = 1$

نکته اول: انتگرال سین صدصورتی است

انتهای صد $\int \sin x dx = \cos x$ صد $\int \cos x dx = -\sin x$
انتهای صد $\int \sin x dx = -\cos x + c$ صد $\int \cos x dx = +\sin x + c$

حله: $\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = (-\cos \frac{\pi}{2}) - (-\cos 0) = 0 + 1 = 1$

2) $\int_0^7 (1-2x) dx = (1-2x) dx \Big|_0^7$

$1 dx \Big|_0^7 - 2x dx \Big|_0^7$

$1x \Big|_0^7 - \frac{2x^2}{2} \Big|_0^7 = 1(7-0) - (7^2 - 0^2)$

$7 - 49 = -42$

سایر مسائل

3

1911

1. The first part of the book is devoted to a general survey of the history of the subject.

2. The second part is devoted to a detailed study of the various theories of the subject.

3. The third part is devoted to a study of the various methods of the subject.

4. The fourth part is devoted to a study of the various applications of the subject.

5. The fifth part is devoted to a study of the various results of the subject.

6. The sixth part is devoted to a study of the various conclusions of the subject.

7. The seventh part is devoted to a study of the various prospects of the subject.

8. The eighth part is devoted to a study of the various future of the subject.



موسسه آموزش عالی کسری رامسر
دانشکده آموزش

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

ماتریس ها
ریاضی دبیر

ملاءت کسری

نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی:
نام درس:	نام استاد:
رشته تحصیلی:	تاریخ آزمون:

ماتریس ها

هر ماتریس جدولی است مستطیل شکل که دارای m سطری و n ستونی باشد و تعداد $m \times n$ عدد یا عبارت جبری در آن قرار گرفته است و هر کدام از آنها را یک درایه ماتریس می نامند مانند ماتریس های زیر

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x-1 & x+2y \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

ماتریس A دارای m سطری و n ستونی باشد بصورت $A_{m \times n}$ و درایه های آن را a_{ij} در تقاطع سطر i و ستون j قرار دادند بصورت a_{ij} نشان می دهند

$$A = \begin{bmatrix} p & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

درایه ها بصورت زیر می باشند

$$a_{11} = p \quad a_{12} = 3 \quad a_{21} = 5 \quad a_{22} = 7$$

انواع خاصی از ماتریس ها بصورت زیر نشان داده می شود
(الف) ماتریس مربع - ماتریسی را گویند که تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 9 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad [3]$$



(1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

the number of combinations of two events is the product of the number of outcomes of each event.

Example: If a coin is tossed twice, the possible outcomes are:

HH, HT, TH, TT

where H stands for heads and T for tails.

There are 4 possible outcomes in total.

Therefore, the probability of getting two heads is $\frac{1}{4}$.



موسسه آموزش عالی کسری رامسر
دانشکده آموزش

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی: _____
 نام درس: _____
 شماره دانشجویی: _____
 رشته تحصیلی: _____
 نام استاد: _____
 تاریخ آزمون: _____

۲) ماتریس معکوس A^{-1} را بیابید. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{bmatrix}$

۳) ماتریس معکوس B^{-1} را بیابید. $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{4-(-3)} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۴) ماتریس معکوس C^{-1} را بیابید. $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۵) قطرهای یک ماتریس مربعی در هر ماتریس مربعی، قطرها که از گوشه بالا سمت چپ تا گوشه پایین و راست کشیده می شود، قطر اصلی و قطر دگر را قطر فرعی می نامند. قطرهای قطر، همواره قطر اصلی است.

مثلاً در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ در این ماتریس قطرهای اصلی و دگر را مشخص کنید.

۶) ماتریس A و B را مشخص کنید. هرگاه از لحاظ تعداد قطرهای آن
مقال هم بوده و در آنجا، قطرهای آن را مشخص کنید.





موسسه آموزش عالی کسری رامسر
ساکنان آرزوی

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی: _____
 نام درس: _____
 شماره دانشجویی: _____
 نام استاد: _____
 رشته تحصیلی: _____
 تاریخ آزمون: _____

سوال ۳) از تساوی زیر مقادیر a, b, a', b' را بیابید؟

$$\begin{bmatrix} a+1 & a-2 \\ b-3 & 2b+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a'-1 & a' \\ b'+2 & b'-1 \end{bmatrix}$$

حل: باید در این دو نظریه نظریه هم برابر باشند یعنی

$$\begin{cases} a+1 = 2a'-1 \\ a-2 = a' \\ b-3 = b'+2 \\ 2b+1 = b'-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a' = a+2 \\ a' = a-2 \\ b' = b-5 \\ b' = 2b+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a-2) = a+2 \\ 2a-4 = a+2 \\ a = 6 \\ a' = a-2 = 4 \\ 2b+1 = b-5 \\ b = -6 \\ b' = -2(-6)+1 = 13 \end{cases}$$

ماتریس واحد؟ ماتریس مربعی که در این معادله‌ها استفاده می‌شود. این معادله‌ها را می‌توان به صورت ماتریسی صفر نداشت ساخت.

$$I_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

جمع ماتریس‌ها: هر ماتریس را از آنجا که می‌خواهیم جمع کنیم از لحاظ تعداد سطرها و ستون‌ها هم باشند. تفاوت جمع ماتریس‌ها آن است که در این نظریه نظریه هم جمع شوند.



[Faint, illegible handwritten text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.]

[Faint, illegible handwritten text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.]



موسسه آموزش عالی کسری رامسر
دانشکده مهندسی

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی:	رشته تحصیلی:
نام درس:	نام استاد:	تاریخ آزمون:

۴

مثال) دو ماتریس زیر را با هم جمع کنید

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

اجتور جمع ماتریس ها

$$[a_{ij}]_{(m \times n)} + [b_{ij}]_{(m \times n)} = [a_{ij} + b_{ij}]_{(m \times n)}$$

و ترکیبی از جمع ماتریس ها: ① اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه باشند
این ویژگی را تعویض پذیری یا جابجایی گویند

$$A + B = B + A$$

② اگر A یک ماتریس و $\bar{0}$ ماتریس صفر هم مرتبه با A باشد داریم

$$A + \bar{0} = \bar{0} + A$$

③ برای هر ماتریس A ماتریس $-A$ وجود دارد طوری که

$$A + (-A) = \bar{0}$$

A را تعویض ماتریس $-A$ گویند و برای ماتریس $-A$ می باشد



نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی: _____ شماره دانشجویی: _____
نام درس: _____ نام استاد: _____
رشته تحصیلی: _____ تاریخ آزمون: _____

ولنگی (۱۴) اگر A و B و C ماتریس‌های هم مرتبه باشند داریم

$$(A+B) + C = A + (B+C)$$

این ویژگی را شرکت تبدیلی ماتریس‌ها می‌نامند

ضرب عددی در ماتریس‌ها: اگر α عددی و A ماتریس $m \times n$ باشد، حاصل αA یک ماتریس $m \times n$ است که در آن هر عنصر a_{ij} از ماتریس A با α ضرب شده است.

$$2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -10 & 22 \end{bmatrix}$$

$$3 [1 \quad -2 \quad 4] = [3 \quad -6 \quad 12]$$

بسط عددی اگر α عددی و $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ماتریس $m \times n$ باشد، حاصل αA یک ماتریس $m \times n$ است که در آن هر عنصر a_{ij} از ماتریس A با α ضرب شده است.

$$\alpha [a_{ij}]_{m \times n} = [\alpha a_{ij}]_{m \times n}$$

(۱) اگر عدد α را در ماتریس A ضرب کنیم خود ماتریس A بدست می‌آید $\alpha A = A$

(۲) اگر عدد α را در ماتریس A ضرب کنیم و سپس عدد B را در ماتریس حاصل ضرب کنیم ماتریس $B(\alpha A)$ بدست می‌آید که با حاصل ضرب $(B\alpha)A$ در ماتریس A برابر است.

$$B(\alpha A) = (B\alpha)A$$

1. The first part of the paper discusses the importance of understanding the underlying structure of the data. This is particularly relevant in the context of high-dimensional data where the number of variables is much larger than the number of observations.

2. The second part of the paper focuses on the development of new statistical methods for handling such data. These methods are designed to be robust to outliers and to provide accurate estimates of the underlying parameters.

3. The third part of the paper presents simulation studies that evaluate the performance of the proposed methods. The results show that the methods perform well in terms of both accuracy and computational efficiency.

4. The fourth part of the paper applies the proposed methods to a real-world dataset. The analysis reveals interesting insights into the underlying structure of the data and the relationships between the variables.

5. The fifth part of the paper discusses the implications of the findings for future research. It highlights the need for further work on developing more efficient and robust methods for high-dimensional data analysis.

6. The sixth part of the paper concludes the paper by summarizing the main findings and providing a list of references. The authors express their gratitude to the funding agencies that supported this work.

7. The seventh part of the paper provides a detailed description of the simulation studies. It includes the data generation process, the parameter settings, and the performance metrics used to evaluate the methods.

8. The eighth part of the paper provides a detailed description of the real-world dataset analysis. It includes the data description, the model fitting process, and the interpretation of the results.

9. The ninth part of the paper provides a detailed description of the future research directions. It discusses the potential applications of the proposed methods and the challenges that need to be addressed in future work.



موسسه آموزش عالی کسری رامسر
دولت ایران آموزش



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی: _____ شماره دانشجویی: _____ رشته تحصیلی: _____
نام درس: _____ نام استاد: _____ تاریخ آزمون: _____

(6)

ویرگی (3) اگر عدد α در ماتریس $A_{m \times n}$ ضرب کنیم ماتریس $\alpha A_{m \times n}$ بدست می آید.

(4) اگر A و B در ماتریس هم مرتبه، α یک عدد حقیقی باشد داریم

$$\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$$

(5) اگر α و B در عدد حقیقی باشند، A یک ماتریس داریم

$$(\alpha + B)A = \alpha A + BA$$

مثال) قویینه ماتریس زیر را بنویسید!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{قویینه } -A = - \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

مثال) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $\alpha = 2$ ، $B = -3$ در ویژگی خاصیت ضرب را بررسی کنید!

خاصیت ۲ $B(\alpha A) = (B\alpha)A$

$$\alpha A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix} \quad B(\alpha A) = -3 \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -12 \\ 18 & -24 \end{bmatrix}$$

$$B\alpha = -3 \times 2 = -6 \quad (B\alpha)A = -6 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -12 \\ 18 & -24 \end{bmatrix}$$

پس با هم برابر شدند خاصیت برقرار است

1. Introduction
 The purpose of this study is to investigate the effects of...
 The research is organized as follows: first, a literature review...
 followed by a description of the experimental design...
 The results are presented in the following sections...
 Finally, a conclusion is drawn based on the findings...

2. Literature Review
 Previous studies have shown that...
 The current study builds upon these findings by...
 It is expected that the results will...



موسسه آموزش عالی کسری رامسر
دولت اهر آموزشی

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی: _____
 نام درس: _____
 شماره دانشجویی: _____
 نام استاد: _____
 رشته تحصیلی: _____
 تاریخ آزمون: _____

مسئله (۴) را برین $\alpha = 2$ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ در صورت خاصیت (۴) را برین α کنید.

فایده $\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$

حاصل $A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ $\alpha(A+B) = 2 \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 10 & 14 \end{bmatrix}$ *

برابر است $\alpha A = 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ $\alpha B = 2 \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$

$\alpha A + \alpha B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 10 & 14 \end{bmatrix}$ *

پس با هم برابر شده خاصیت برقرار است

مسئله (۵) را برین $\alpha = 2$ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ $B = 3$ در صورت خاصیت (۵) را برین α (تقرین)

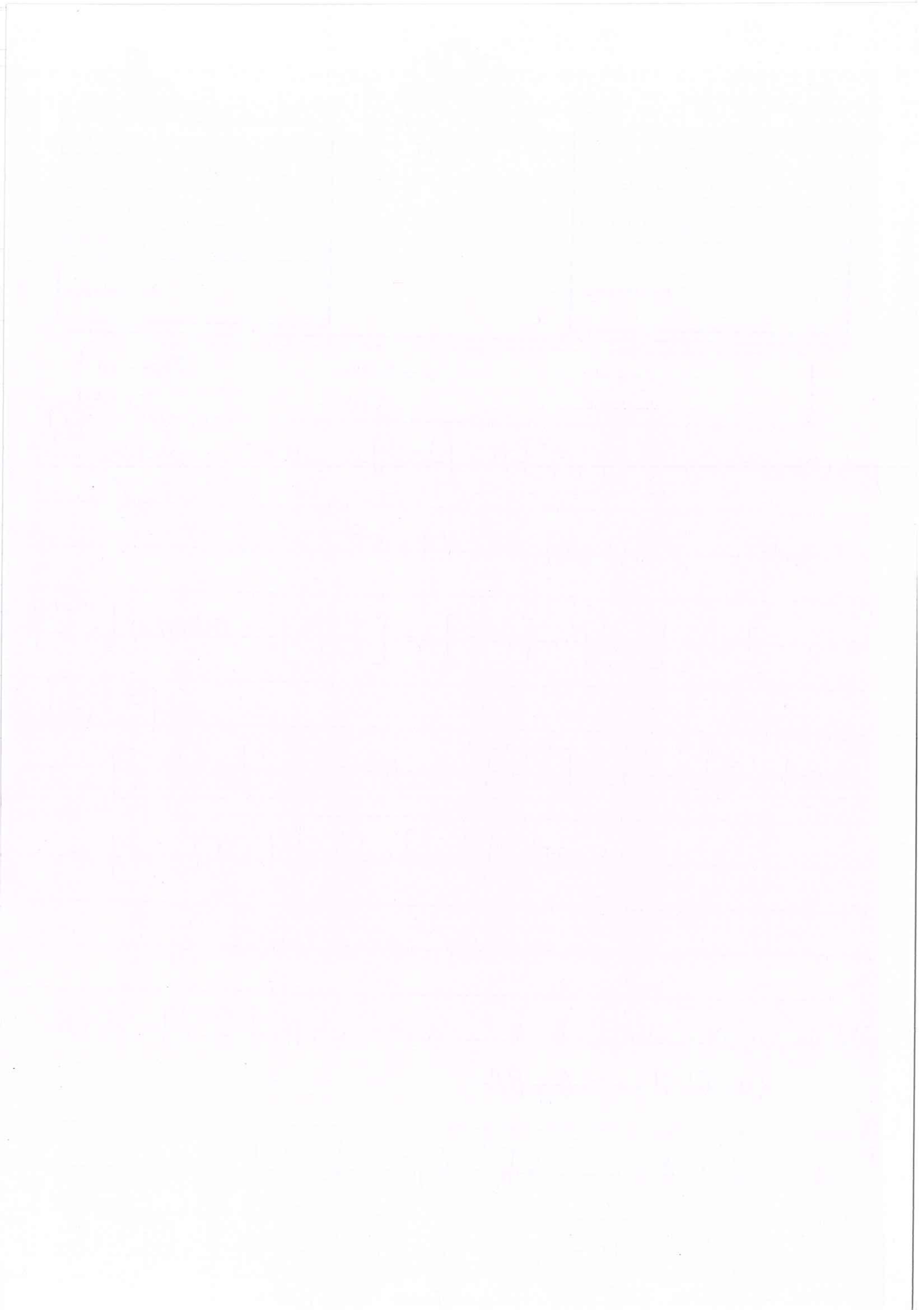
$(\alpha+B)A = \alpha A + \beta A$

حاصل $\alpha+B = 3+2=5$ $5 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -5 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ *

برابر است

برابر است $\alpha A = 2 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ $\beta A = 3 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 12 \end{bmatrix}$

$\alpha A + \beta A = \begin{bmatrix} 10 & -5 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ *





موسسه آموزش عالی کسری رامسر
دانشکده آموزش



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

نمونه تجدید نظر
نمونه تجدید نظر به عدد:
نمونه تجدید نظر به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمونه ورقه:
نمونه میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمونه نهایی به عدد:
نمونه نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی:	رشته تحصیلی:
نام درس:	نام استاد:	تاریخ آزمون:

①

صورت در ماتریس A و B را در نظر بگیرید. در صورتی که AB در صورتی قابل انجام است که تعداد ستونهای A با تعداد ستونهای B برابر باشد. می توان این در ماتریس را بصورت $A_{m \times n}$ فرض کنیم که در این صورت حاصل ضرب آنفالیس ماتریس $m \times p$ و $n \times f$ بصورت $m \times f$ می نویسیم

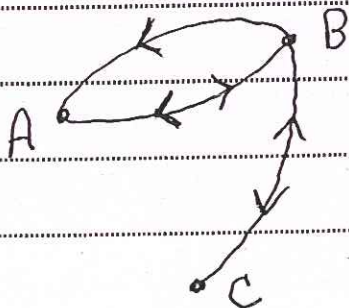
$$A_{m \times n} B_{n \times f} = C_{m \times f}$$

مثال

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 \times 2 & 2 \times 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \times 1 \end{bmatrix} = \left[(2 \times 5) + (3 \times 4) \right] = \begin{bmatrix} 22 \\ 1 \times 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 5 + 2 \times 6 & 1 \times 1 + 2 \times 3 \\ 3 \times 5 + 4 \times 6 & 3 \times 1 + 4 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 7 \\ 39 & 15 \end{bmatrix}$$

معرفی بساطها: برای هر یک از بساطها و بساطها می توان بساطها را در یک جهت که نشان دهنده تعداد بساطها یا بساطها در یک جهت است



(الف)

$$A \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



① $A \wedge B$ is true only when both A and B are true. In all other cases, it is false.

② $A \vee B$ is true when at least one of A or B is true. It is false only when both A and B are false.

③ $A \rightarrow B$ is true when A is false or B is true. It is false only when A is true and B is false.

④ $A \leftrightarrow B$ is true when A and B have the same truth value. It is false when A and B have different truth values.

⑤ $\neg A$ is true when A is false, and false when A is true.

⑥ $\neg(A \wedge B)$ is true when at least one of A or B is false. It is false only when both A and B are true.

⑦ $\neg(A \vee B)$ is true only when both A and B are false. In all other cases, it is false.



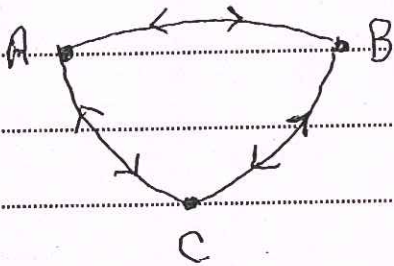
نمره تجدید نظر
نمره تجدید نظر به عدد:
نمره تجدید به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

نمره ورقه:
نمره میان ترم، تحقیق، پروژه:
نمره نهایی به عدد:
نمره نهایی به حروف:
تاریخ و امضاء استاد

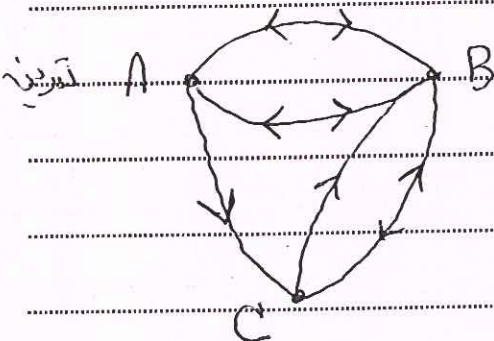
نام و نام خانوادگی: _____ شماره دانشجویی: _____ رشته تحصیلی: _____
نام درس: _____ نام استاد: _____ تاریخ آزمون: _____

9

مثال ۶: ماتریس متناظر با زیر را رسم کنید



$$\begin{matrix} & A & B & C \\ A & [& 0 & 1 & 1 \\ B & [& 1 & 0 & 1 \\ C & [& 1 & 1 & 0 \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} & A & B & C \\ A & [& 0 & 1 & 1 \\ B & [& 1 & 0 & 1 \\ C & [& 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

در مینان ماتریس $n \times n$ به هر ماتریس مربع با ابعاد خاص یک عدد حقیقی نسبت داده می شود و آن عدد حقیقی را **دترمینان** آن ماتریس می نامند. دترمینان ماتریس A را با $|A|$ یا $\det A$ نشان می دهند.

کمترین دترمینان ماتریس 1×1 ، 2×2 و 3×3 به صورت زیر است

$$\det [a] = a$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

10/10/10

10/10/10

1. The first part of the paper is a

 2. The second part of the paper is a

 3. The third part of the paper is a

 4. The fourth part of the paper is a

 5. The fifth part of the paper is a

6. The sixth part of the paper is a

 7. The seventh part of the paper is a

 8. The eighth part of the paper is a

 9. The ninth part of the paper is a

 10. The tenth part of the paper is a

11. The eleventh part of the paper is a

 12. The twelfth part of the paper is a

 13. The thirteenth part of the paper is a

 14. The fourteenth part of the paper is a

 15. The fifteenth part of the paper is a

The following table shows the results of the

 experiment. The first column shows the

 time taken for the reaction to occur. The

 second column shows the amount of

 product formed. The third column shows

 the rate of reaction. The fourth column

 shows the concentration of the

 reactants. The fifth column shows the

 temperature of the reaction. The sixth

 column shows the volume of the

 reaction mixture. The seventh column

 shows the pressure of the reaction

 mixture. The eighth column shows the

 color of the reaction mixture. The

 ninth column shows the pH of the

 reaction mixture. The tenth column

 shows the conductivity of the

 reaction mixture. The eleventh column

 shows the refractive index of the

 reaction mixture. The twelfth column

 shows the viscosity of the reaction

 mixture. The thirteenth column shows

 the density of the reaction mixture.

مثال) در تعیین ماتریس معکوس زیر را ببینید

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 1 \times (-1) - 3 \times 2 = -7$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - 3 \times 1 = 4 - 3 = 1$$

$$\begin{vmatrix} m+1 & m-1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (m+1) \times 3 - (m-1) \times 2 = m + 5$$

دستگاه معادلات خطی و هم‌نام دستگاه‌های n معادله n مجهول را می‌توان به صورت ماتریسی
نویسید. اگر فرض کنیم که دستگاه معادلات خطی را به صورت ماتریسی بنویسیم
به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

به شکل
ماتریس معادلات خطی

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$$

فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$
 به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$AX = B$$

اگر طرفین را در A^{-1} ضرب کنیم داریم

$$A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow IX = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B$$

ماتریس معکوس A^{-1} را می‌توانیم از ماتریس A پیدا کرده در B ضرب کنیم تا X بدست آید

1. The first part of the paper is a multiple choice section. It consists of 10 questions, each with four possible answers. The questions cover a range of topics, including algebra, geometry, and trigonometry. The first question is about the area of a rectangle, and the second is about the perimeter of a square.

2. The second part of the paper is a short answer section. It consists of 5 questions, each requiring a brief written response. The questions are more challenging than the multiple choice questions and often require the use of formulas or diagrams. The first question is about the area of a triangle, and the second is about the volume of a cylinder.

3. The third part of the paper is a long answer section. It consists of 3 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

4. The fourth part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

5. The fifth part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

6. The sixth part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

7. The seventh part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

8. The eighth part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

9. The ninth part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

10. The tenth part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.

11. The eleventh part of the paper is a problem-solving section. It consists of 2 questions, each requiring a detailed written response. The questions are the most challenging of the paper and often require the use of multiple steps and formulas. The first question is about the area of a complex polygon, and the second is about the volume of a composite figure.