مدارهای الکتریکی
(1)

PowerEn.ir

POWEREN.IR

PowerEn.ir

رئوس مطالب

- معرفی عناصرالکتریکی و روابط آنها
- مدارهای معادل نورتن و تونن
- قوانین جریان و ولتاژ کیرشهف
- روشهای ولتاژ-گره و جریان-خانه
- مدارهای مرتبه اول
- مدارهای مرتبه دوم

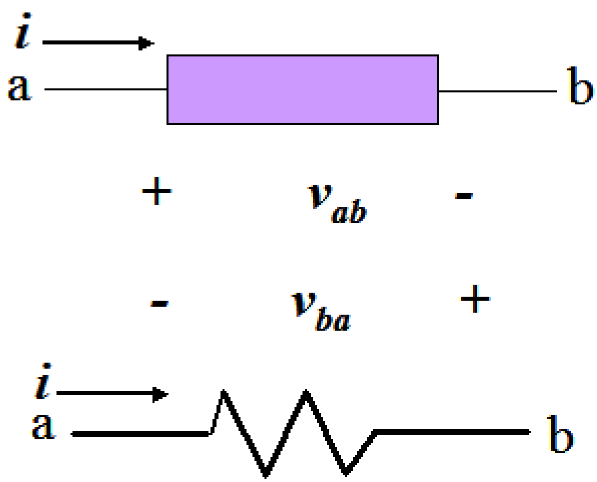
معرفی عناصر الکتریکی و روابط آنها

مقاومت الکتریکی

- واحد اندازه گیری آن اهم می‌باشد.
- بین جریان و ولتاژ آن همیشه قانون اهم برقرار است:

$$V=R\,I$$

که R مقاومت، I جریان و V ولتاژ است.

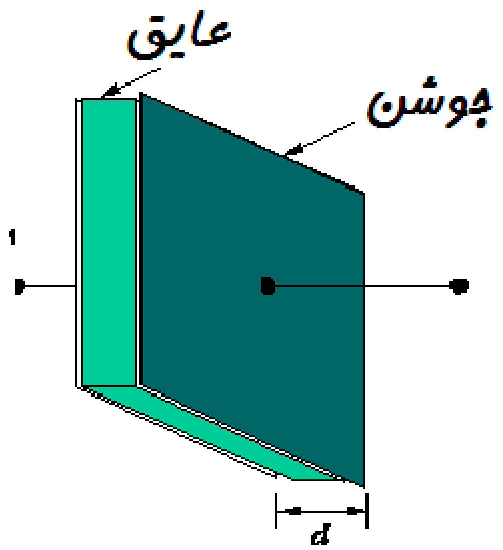


خازن

- واحد اندازه گیری آن فاراد می باشد.
- رابطه ولتاژ و بار الکتریکی خازن بصورت زیر می باشد:

$$q = Cv$$

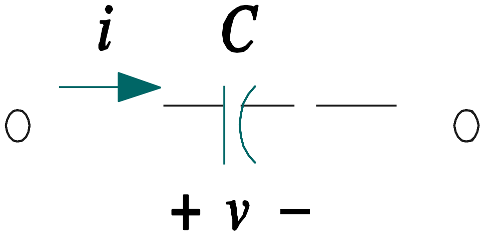
که C ظرفیت، q بار الکتریکی و v ولتاژ خازن می باشند.



روابط خازن

- I جریان و V ولتاژ خازن می باشند:

$$i = c\,(dv/dt)$$

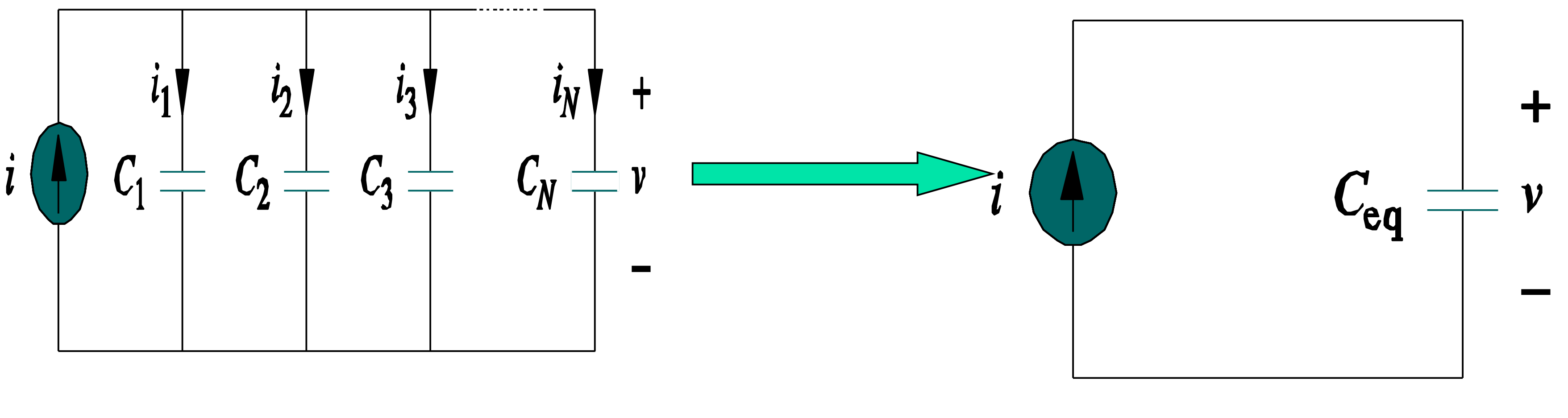


$$\boxed{v(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)d\xi + v(t_0)}$$

نکته: ولتاژ خازن بطور ناگهانی تغییر نمیکند.

$$w(t) = \frac{1}{2}Cv(t)^2$$

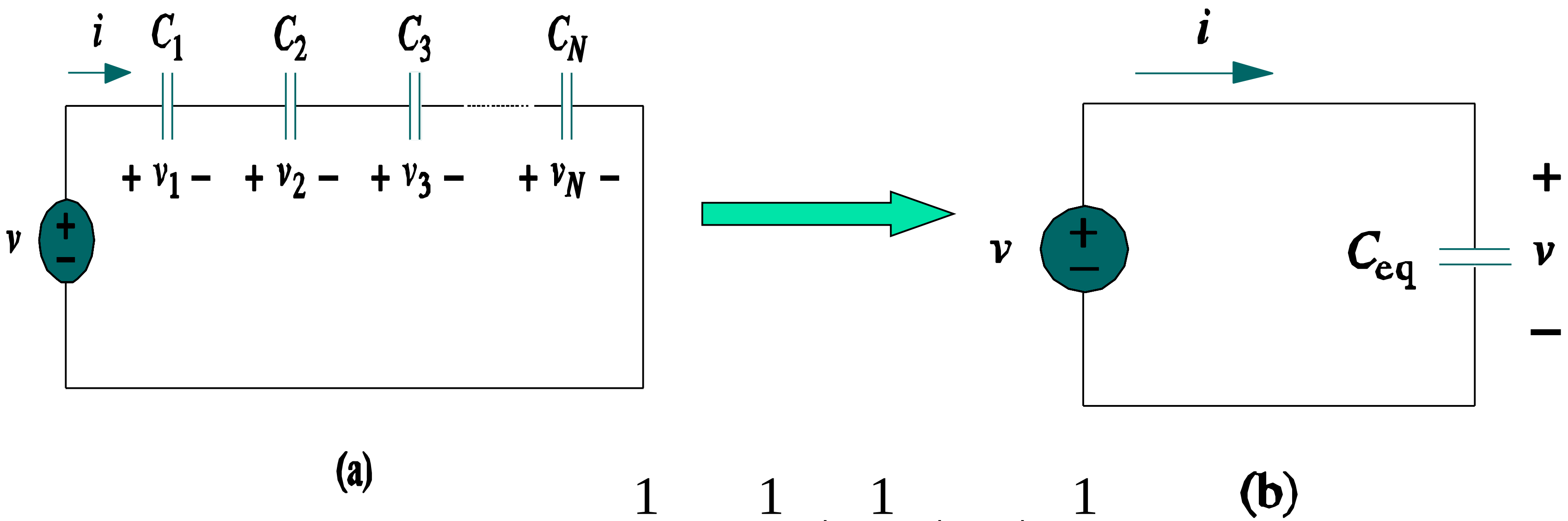
ترکیب موازی خازنها



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N$$

(b)

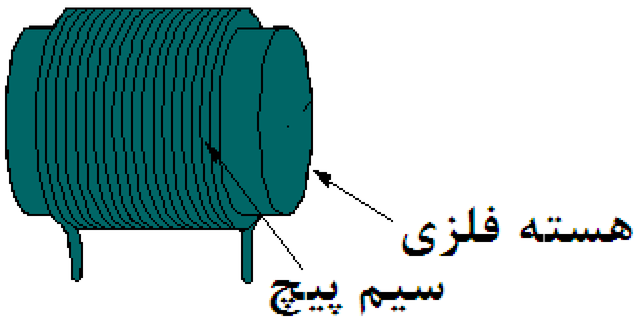
ترکیب سری خازنها



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_N}$$

سلف (القاگر)

- واحد اندازه گیری آن هانری (H) میباشد.
- روابط آن بصورت زیر میباشد که L القاکنایی، W انرژی، i جریان و V ولتاژ سلف میباشد.
- *نکته: جریان سلف تغییر ناگهانی ندارد.*

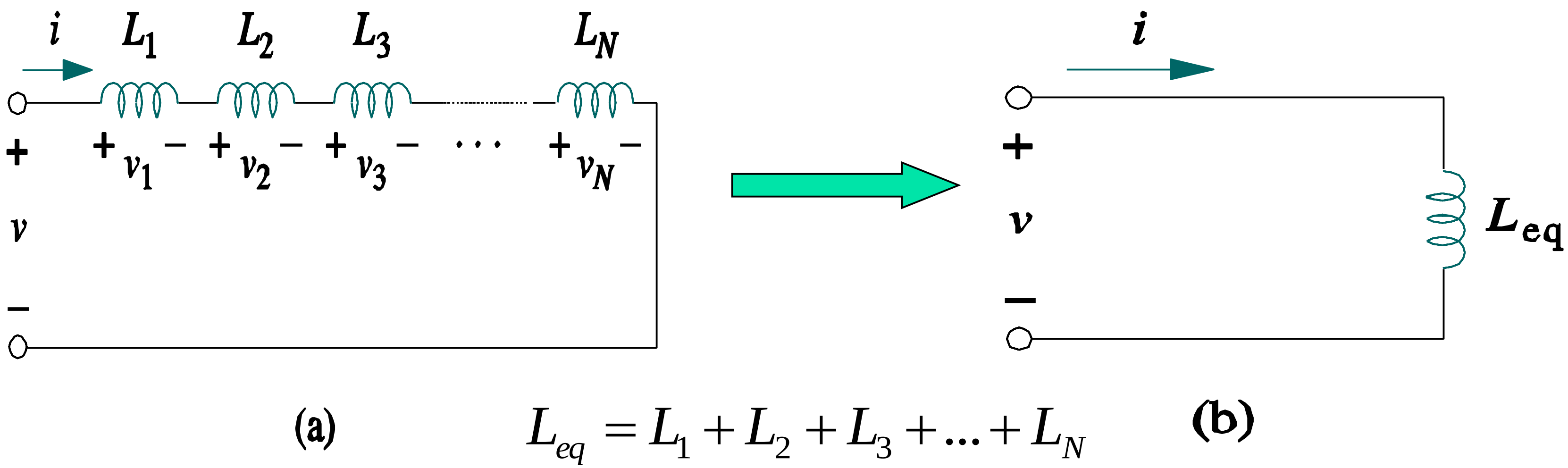


$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(\xi)d\xi + i(t_0)$$

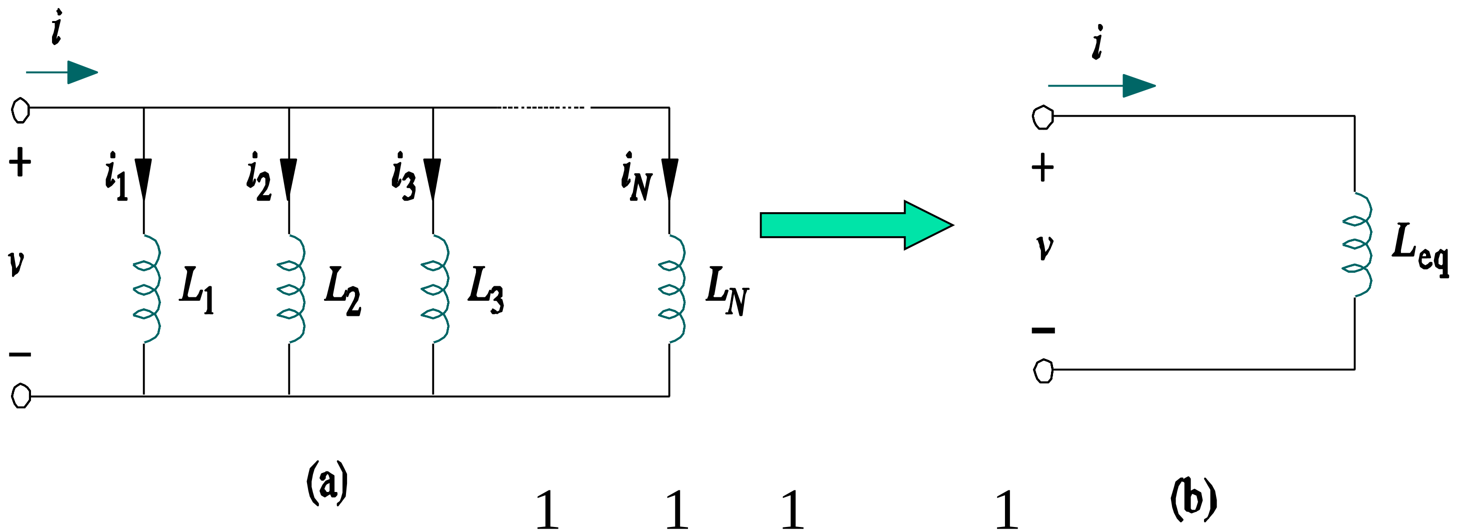
$$w(t) = \frac{1}{2}Li(t)^2$$

روابط سلفهای سری



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_N$$

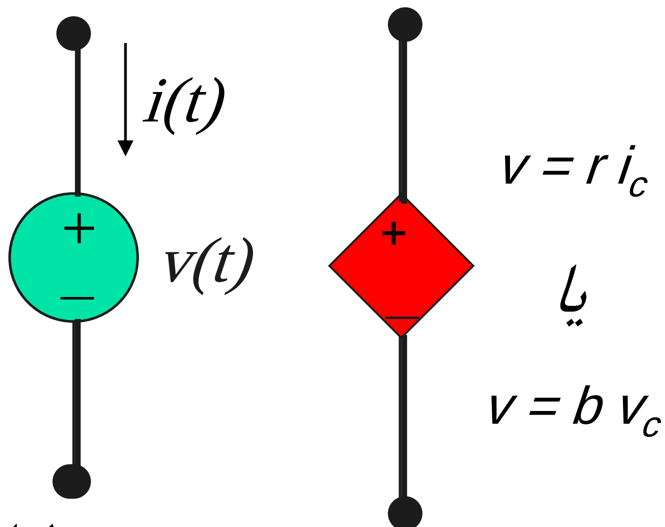
روابط سلفهای موازی



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_N}$$

منابع ولتاژ

- منابع ولتاژ همواره دارای ولتاژ ثابتی هستند و ولتاژ آنها بستگی به میزان جریان آنها ندارد.
- منابع ولتاژ بر دو نوع هستند، منابع ولتاژ مستقل و منابع ولتاژ وابسته.
- میزان ولتاژ منابع ولتاژ وابسته، بستگی به جریان یا ولتاژ قسمت دیگری از مدار دارد.

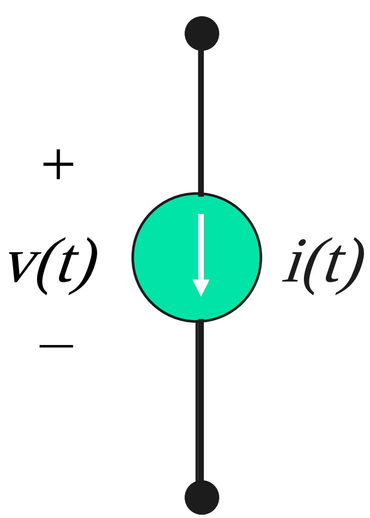


منبع ولتاژ مستقل

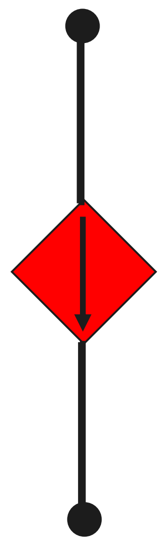
منبع ولتاژ وابسته

منابع جریان

- منابع جریان همواره دارای جریان ثابتی هستند و جریان آنها بستگی به میزان ولتاژ آنها ندارد.
- منابع جریان بر دو نوع هستند، منابع جریان مستقل و منابع جریان وابسته.
- میزان جریان منابع جریان وابسته، بستگی به جریان یا ولتاژ قسمت دیگری از مدار دارد.



منبع جریان مستقل



$i = g\,v_c$

یا

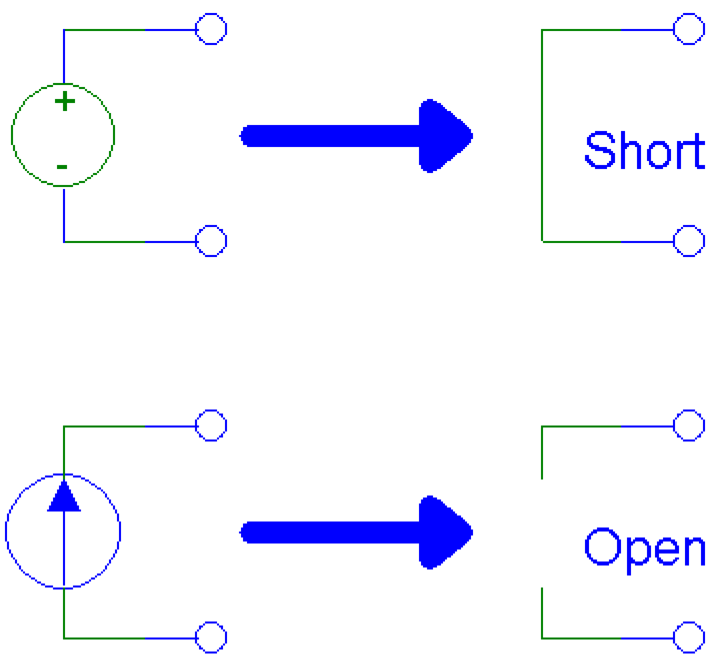
$i = d\,i_c$

منبع جریان وابسته

اصل جمع آثار

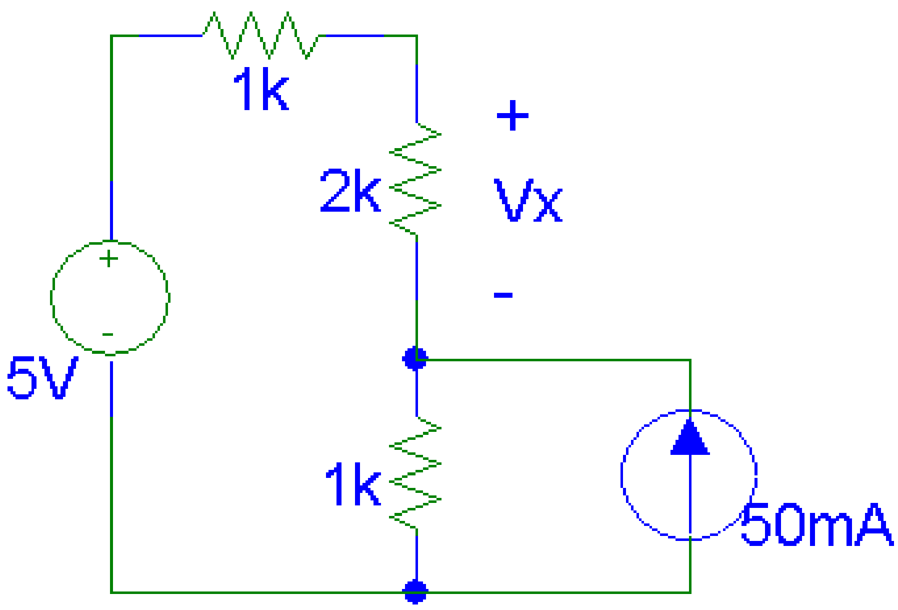
- در مدارهایی که چند منبع ولتاژ وجود دارد، هر بار تنها یکی از آنها را در نظر گرفته و با صفر کردن بقیه منابع، پاسخ مدار محاسبه میشود. این عمل برای همه منابع انجام میشود و در نهایت همه پاسخهای محاسبه شده با هم جمع میشوند تا جواب نهایی بدست آید.
- منظور از پاسخ مدار، مجهولی است که در مسأله خواسته شده است.

- *نکته*: برای صفر کردن منابع ولتاژ، آنها را اتصال کوتاه و منابع جریان را مدار باز میکنیم.

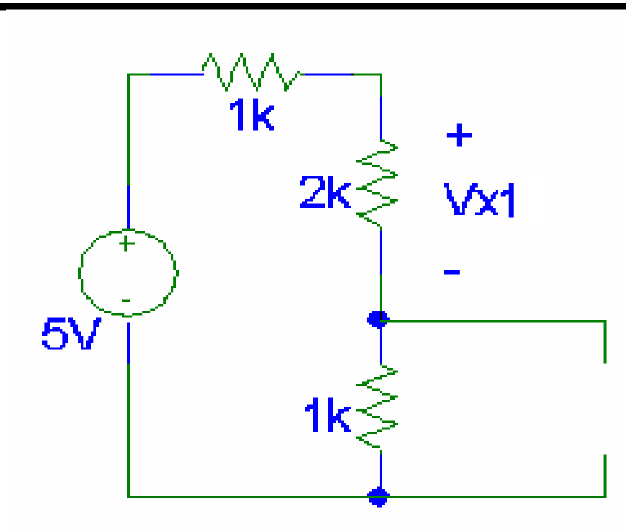


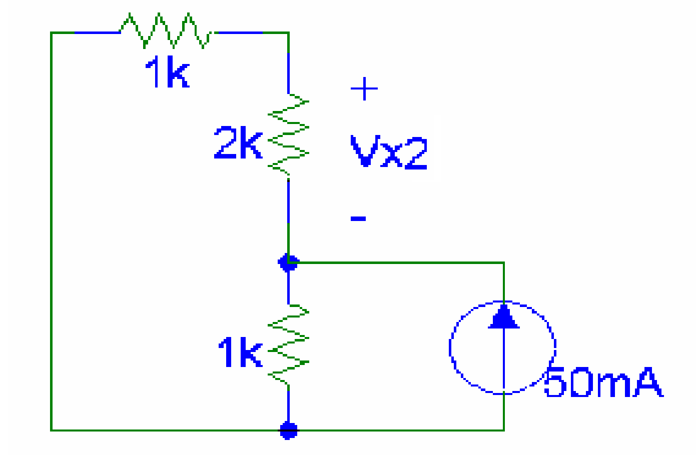
مثال

- در مدار زیر با استفاده از اصل جمع آثار مقدار ولتاژ V_X را بدست آورید.



حل مثال

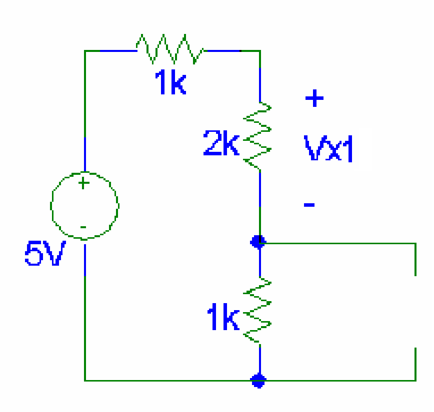




- برای حل، مشابه آنچه که در شکلهای بالا دیده میشود، هربار تنها یکی از منابع در نظر گرفته میشود و سایر منابع صفر میشوند. مقادیر V_{X1} و V_{X2} بصورت زیر محاسبه میشوند:

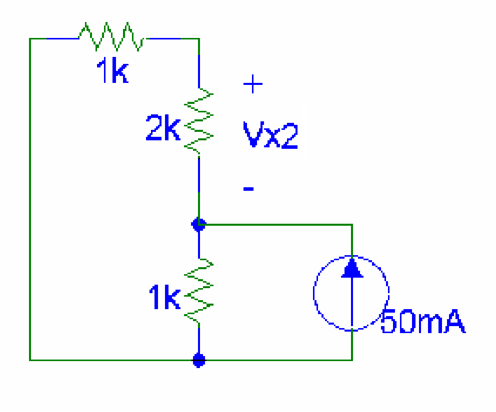
$i_1=5/(1+2+1)=1.25^{mA}$

$V_{X1}=2\ i_1=2.5\ ^{V}$



$i_2=50*1/(1+3)=12.5^{mA}$

$V_{X2}=-2\ i_2=-25^{V}$



$V=V_{X1}+V_{X2}=2.5-25$

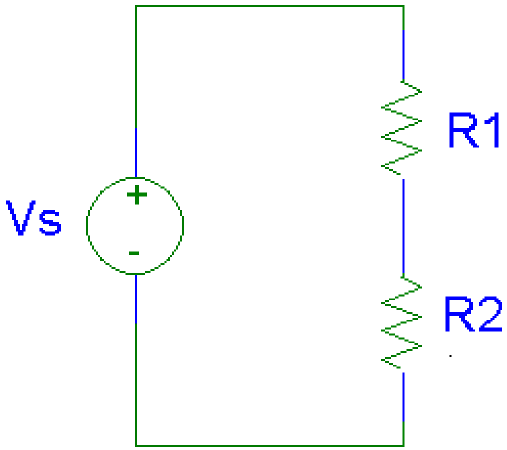
$\underline{V=-22.5^{V}}$

چند مدار ساده

POWEREN.IR

مدار تقسیم کننده ولتاژ

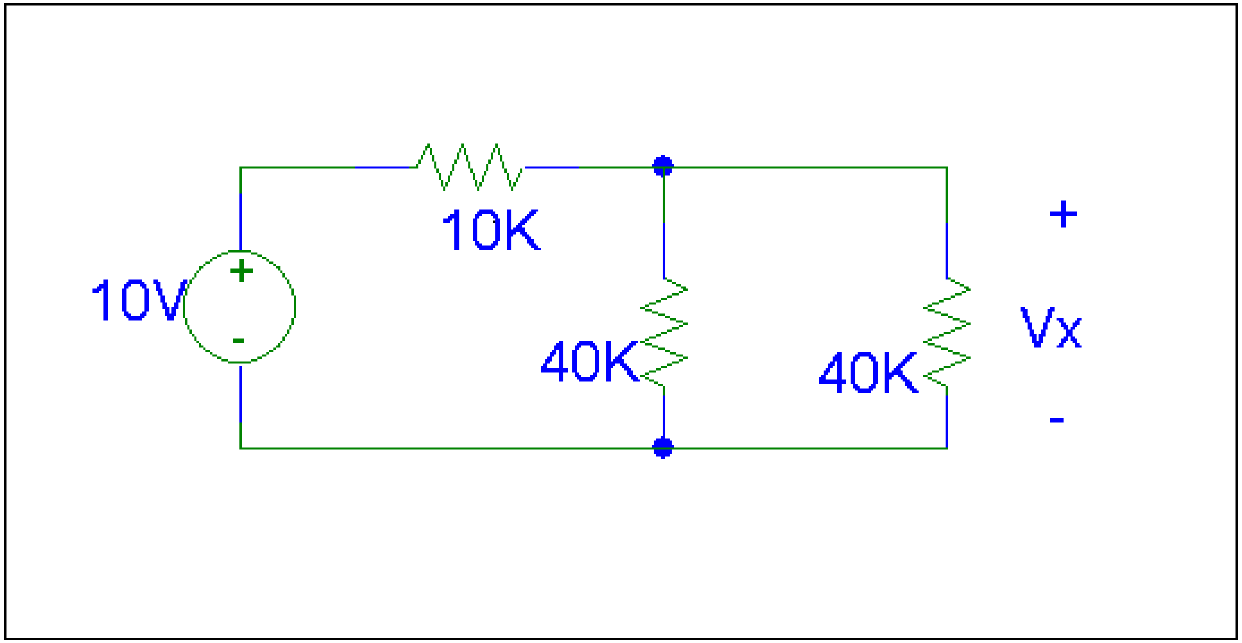
- مدار تقسیم کننده ولتاژ ازترکیب یک منبع ولتاژ و مقاومتهای سری تشکیل شده است.
- برای بدست آوردن رابطه روبرو، ابتدا جریان مدار محاسبه و سپس ولتاژ هر یک از مقاومتها بدست می آید.



$$V_i = \frac{R_i}{\sum_j R_j} V_S$$

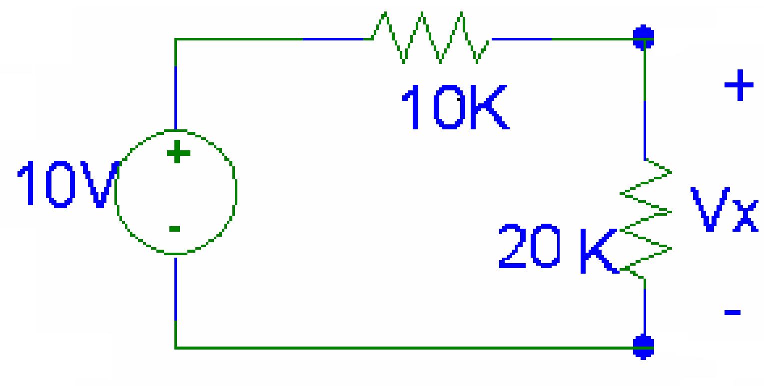
مثال

- در مدار زیر با استفاده از روابط تقسیم کننده ولتاژ مقدار ولتاژ V_X را بدست آورید.



حل

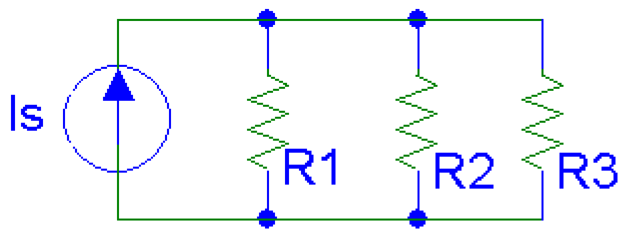
- برای حل مسأله با توجه به موازی بودن مقاومتهای 40K، ابتدا مداربصورت روبروساده می شود.
- برای مدار جدید با استفاده از روابط تقسیم کننده ولتاژ می توان نوشت:



$$V_x=10*20/(10+20)=6.67^V$$

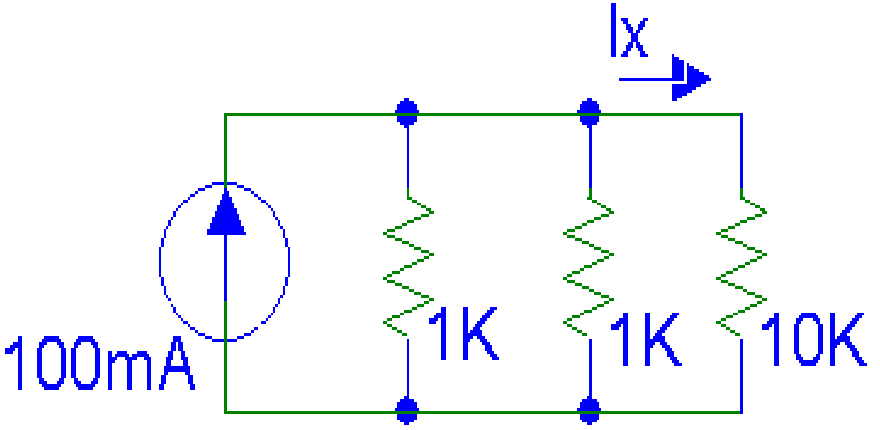
مدار تقسیم کننده جریان

- مدار تقسیم کننده جریان ازترکیب یک منبع جریان و مقاومتهای موازی تشکیل شده است.
- برای بدست آوردن رابطه روبرو، ابتدا ولتاژ مدار محاسبه و سپس جریان هر یک از مقاومتها بدست می آید.
- منظور از G_i هدایت الکتریکی مقاومت iام و برابر با $1/R_i$ میباشد.



$$I_i = \frac{G_i}{\sum_j G_j} I_S$$

مثال



- در مدار روبرو با استفاده از روابط تقسیم کننده جریان مقدار جریان i_x را بدست آورید.

حل

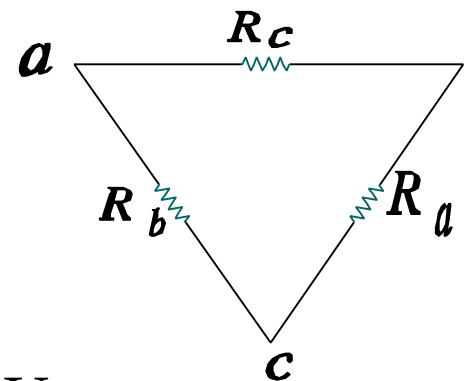
- با توجه به روابط گفته شده در قسمت قبل همچنین موازی بودن سه مقاومت 1K,10K,1K میتوان نوشت:

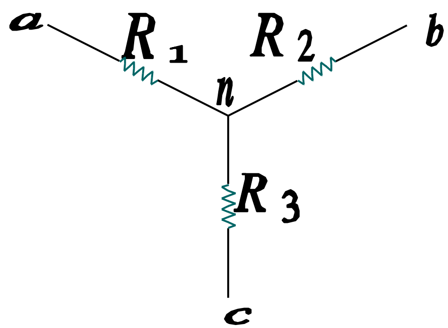
$$i_x=100*0.5/(0.5+10)$$

$$=4.76^{mA}$$

از آنجا که دو مقاومت 1k با یکدیگر موازی هستند، بجای آنها از مقاومت 0.5K استفاده شده است.

تبدیل ستاره-مثلث و برعکس





$\nabla \rightarrow Y$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$Y \rightarrow \nabla$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

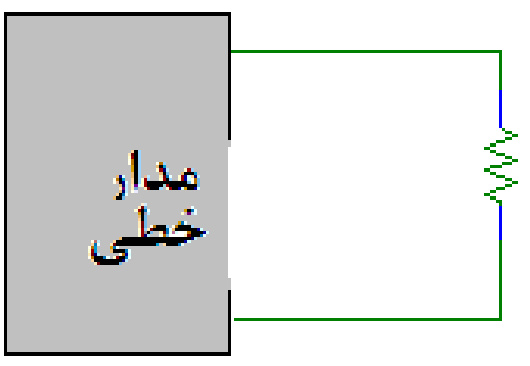
$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

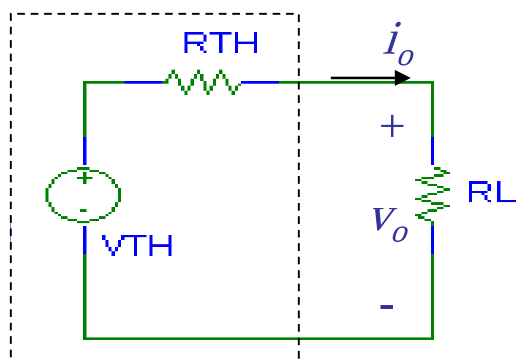
$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

مدارهای معادل نورتن و تونن

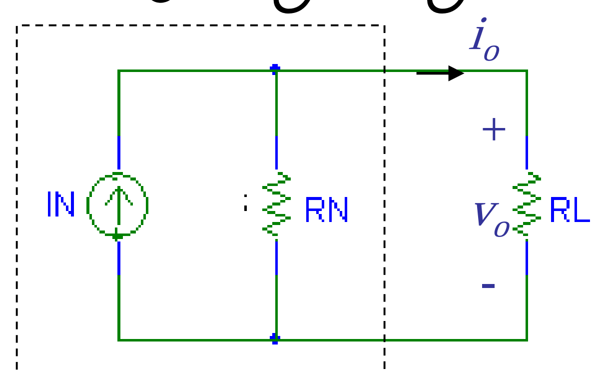
مدارهای معادل تونن و نورتن

- مدارهای معادل نورتن و تونن تکنیکهایی برای ساده سازی بعضی از مدارهای الکتریکی هستند.
- همه مدارهای خطی که فقط دارای مقاومتها و منابع هستند را میتوان بفرم معادل نورتن یا تونن تبدیل کرد.





مدار معادل تونن

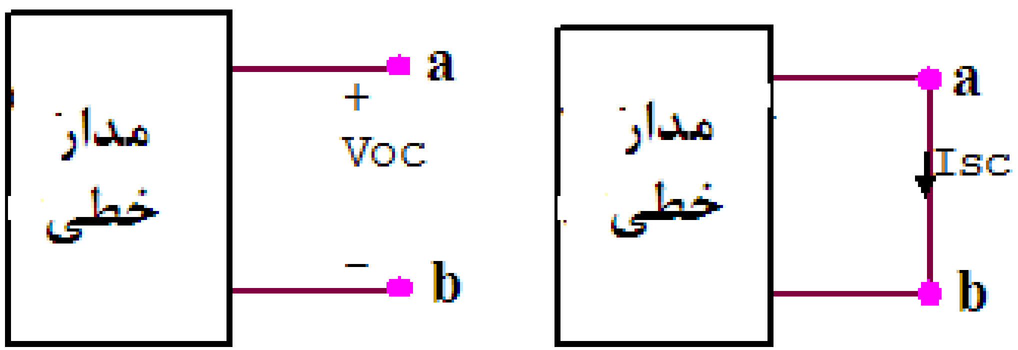


مدار معادل نورتن

مدار معادل تونن

یکی از روشها برای یافتن مدار معادل تونن به اینصورت است که:

- ابتدا با فرض مدار باز بودن ترمینالهای a وb، ولتاژ بین آن دو V_{ab} را محاسبه میکنیم.
- سپس با اتصال کوتاه کردن ترمینالهای a و b، جریان اتصال کوتاه I_{Sc} محاسبه میشود.



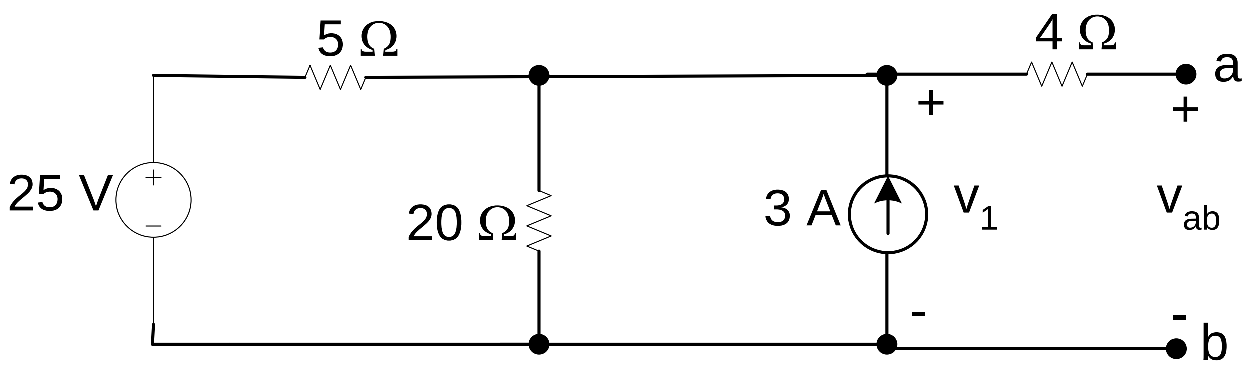
- با تقسیم کردن ولتاژ V_{ab} بر I_{SC} مقدار مقاومت تونن که همان R_{Th} میباشد، بدست میآید.
- مقدار ولتاژ منبع ولتاژ در مدار معادل تونن همان ولتاژ مدار باز V_{ab} میباشد.

$$V_{Th}=V_{ab}/I_{SC}$$

$$V_{Th}=V_{ab}$$

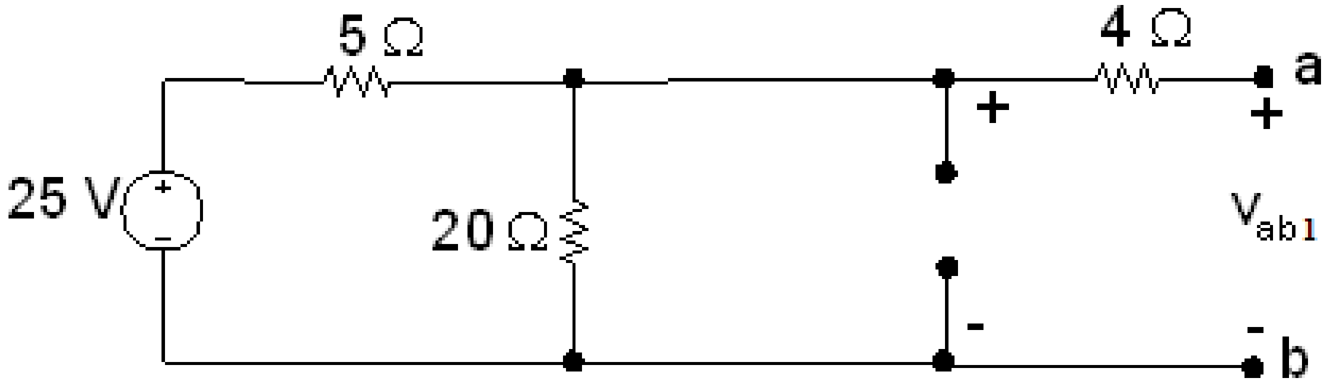
مثال

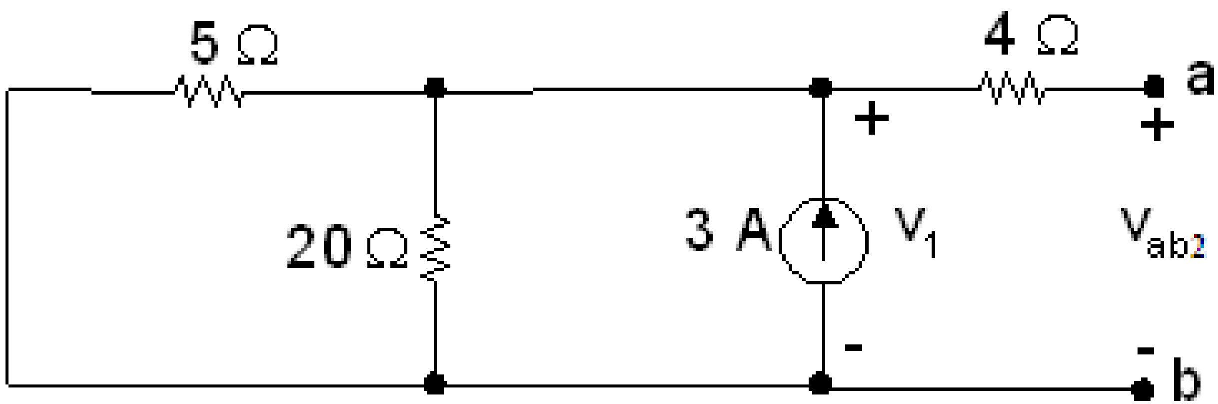
- مدار معادل تونن مدار زیر را بدست آورید.



حل

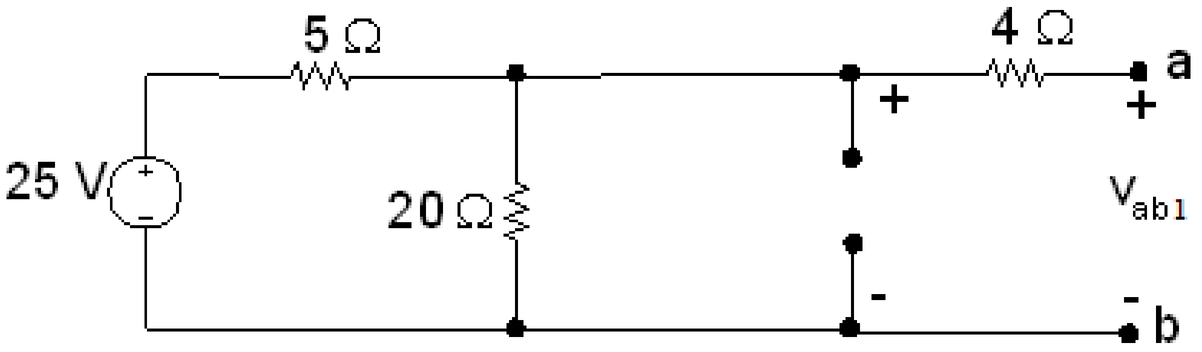
- برای حل مسأله از اصل جمع آثار استفاده می‌کنیم:





از آنجا که مقاومت ۴ اهمی از طرف پایانه a مدار باز است از آن جریانی عبور نمیکند. بنابراین با استفاده از روابط تقسیم کننده ولتاژ داریم:

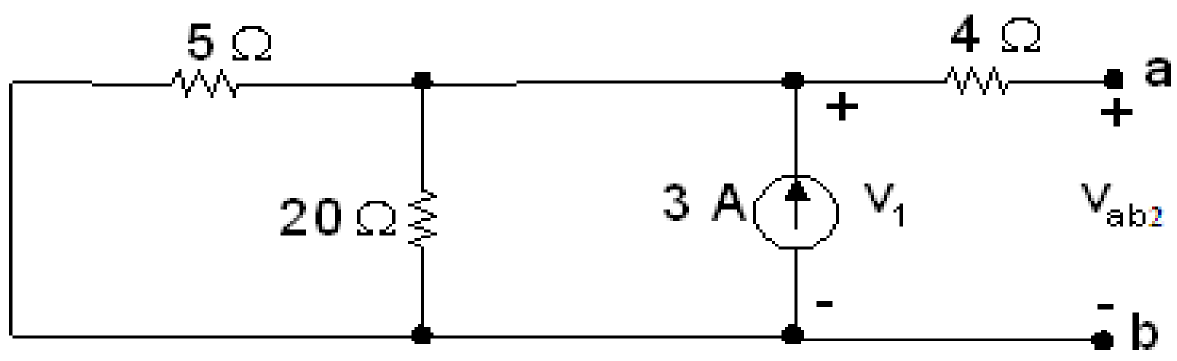
$$V_{ab1}=25*20/(20+5)=20^{V}$$



- اینبار با صفر کردن منبع ولتاژ ، مقدار ولتاژ V_{ab2} محاسبه میشود:

$R=R_1 || R_2=5*20/(5+20)=4\Omega$

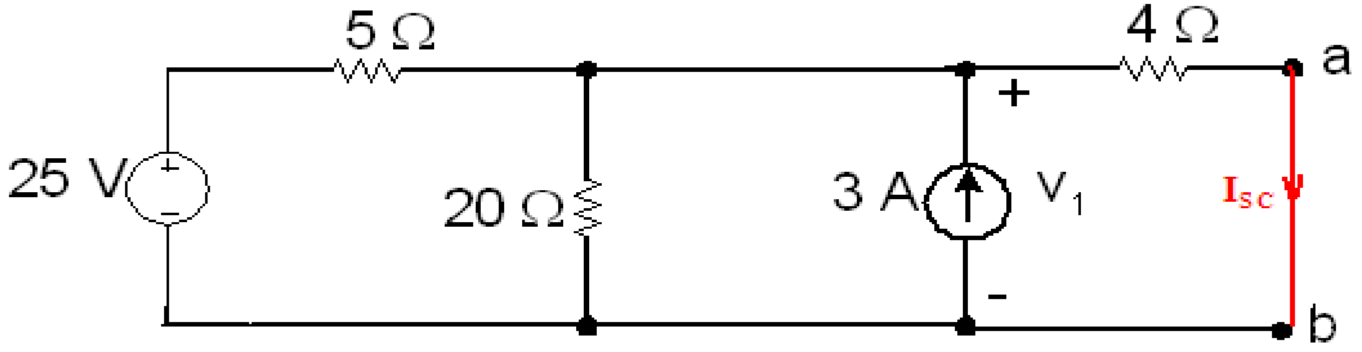
$V_{ab2}=3*4=12^V$



- بنابراین مقدار V_{ab} برابر خواهد شد با:

$$V_{ab}=V_{ab1}+V_{ab2}=20+12=32^{V}$$

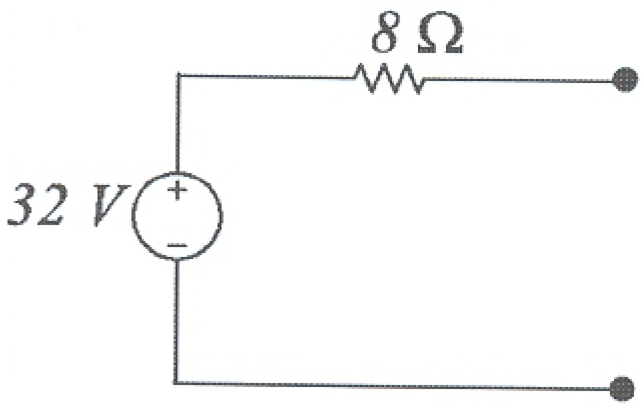
- حال با فرض اتصال کوتاه بودن ترمینالهای a و b مقدار جریان اتصال کوتاه محاسبه می‌شود:



- با استفاده از اصل جمع آثار مقدار جریان اتصال کوتاه برابر ۴ آمپر بدست می آید $I_{SC}=4A$.
- مقادیر منبع ولتاژ و مقاومت تونن بصورت زیر محاسبه میشوند:

$V_{Th}=V_{ab}=32^V$

$R_{Th}=V_{ab}/I_{SC}=32/4=8^{\Omega}$

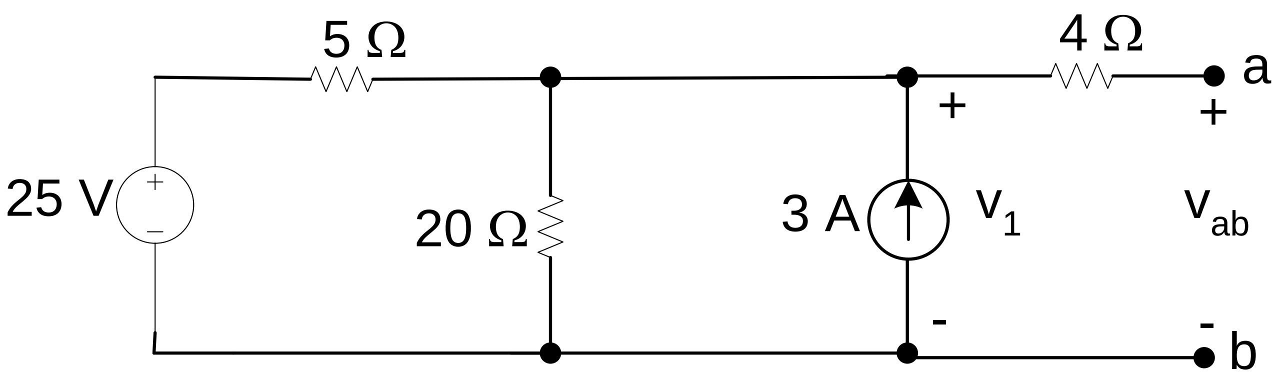


روش دوم محاسبه مدارمعادل تونن

- برای بدست آوردن مقاومت تونن می توان به اینصورت عمل کرد که ابتدا تمام منابع ولتاژ و جریان مستقل را صفر کرده و مقاومت معادل دیده شده از دو سر a وb محاسبه میشود. این مقاومت همان مقاومت معادل تونن R_{Th} میباشد.
- مقدار ولتاژ منبع ولتاژ معادل تونن V_{Th} مشابه حالت قبل محاسبه میشود و همان V_{ab} با فرض مدارباز بودن دو سر a و b میباشد.

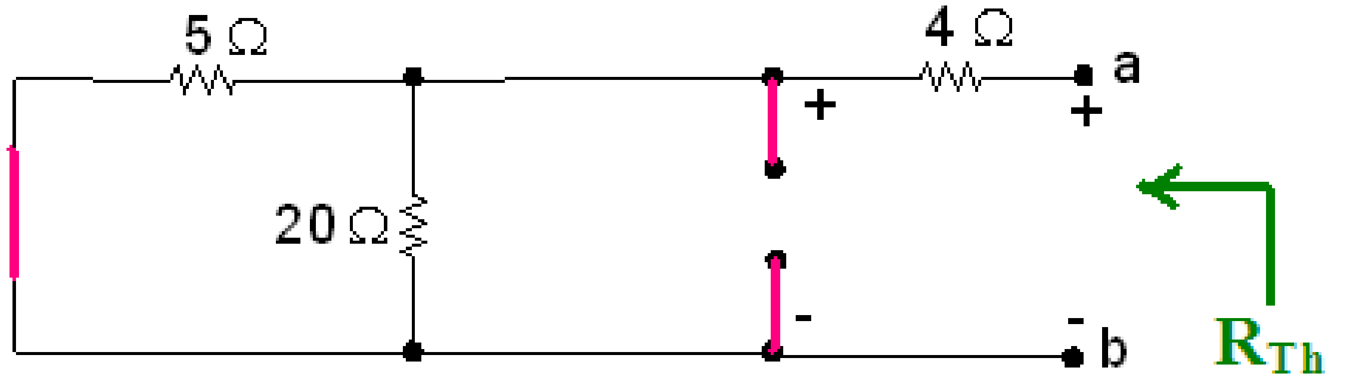
مثال

- برای مدار زیر مدار معادل تونن را بدست آورید (همان مدار مثال قبلی).



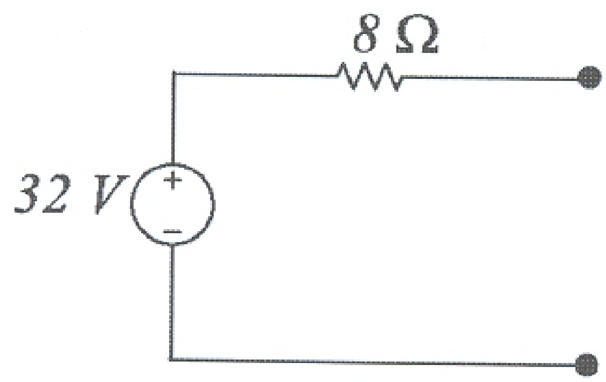
حل

- نحوه محاسبه ولتاژ V_{Th} مشابه مثال قبلی است و مقدار آن برابر با 32^V میباشد.
- برای محاسبه R_{Th}، ابتدا تمام منابع مستقل را صفر میکنیم و مدار زیر حاصل میشود. سپس مقدار مقاومت معادل دیده شده از دو سر a و b را محاسبه میکنیم:



- از آنجا که مقاومتهای ۵ و ۲۰ اهمی با هم موازی و مجموعه آنها با مقاومت ۴ اهمی سری هستند، مقاومت معادل کل از رابطه زیر بدست میآید:

- $R=(5||20)+4=5*20/(5+20)+4$
- $R=4+4=8^{\Omega}$
- $R_{Th}=8^{\Omega}$



حالت خاص

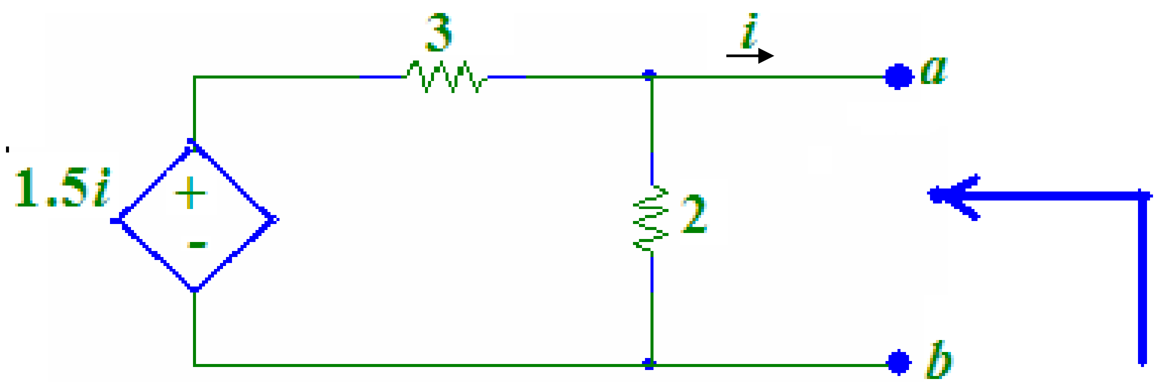
- در بعضی موارد که در مدار منابع ولتاژ یا جریان وابسته وجود دارد، برای یافتن مقاومت معادل میتوان یک منبع ولتاژ آزمون V_T به دو سر a و b اعمال کرد و جریان ورودی به مدار I_T را محاسبه کرد. مقدار مقاومت تونن از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$R_{Th}=V_T/I_T$$

مثال از حالت خاص

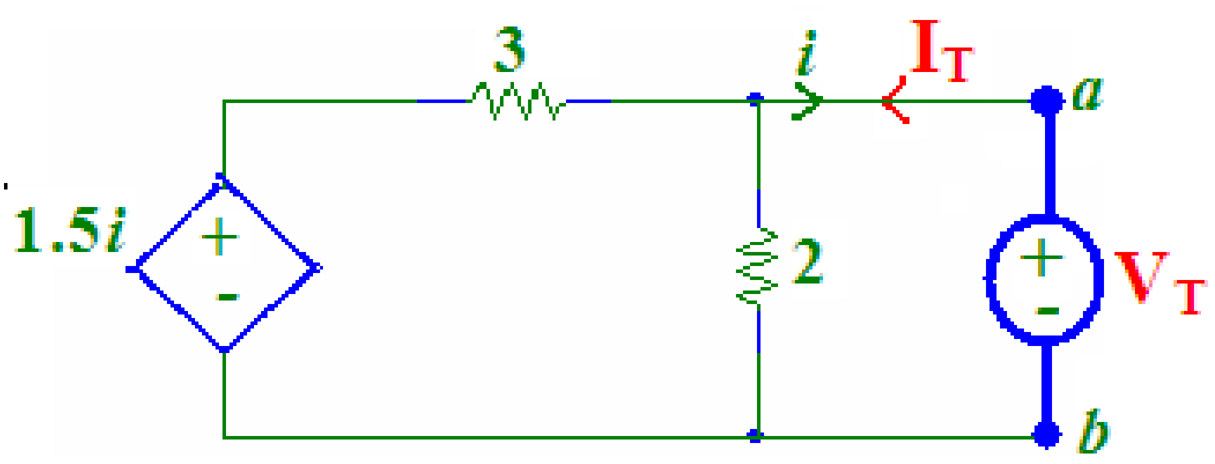
- مقاومت معادل تونن مدار زیر را بدست آورید:

(توجه کنید که منبع جریان وابسته است.)

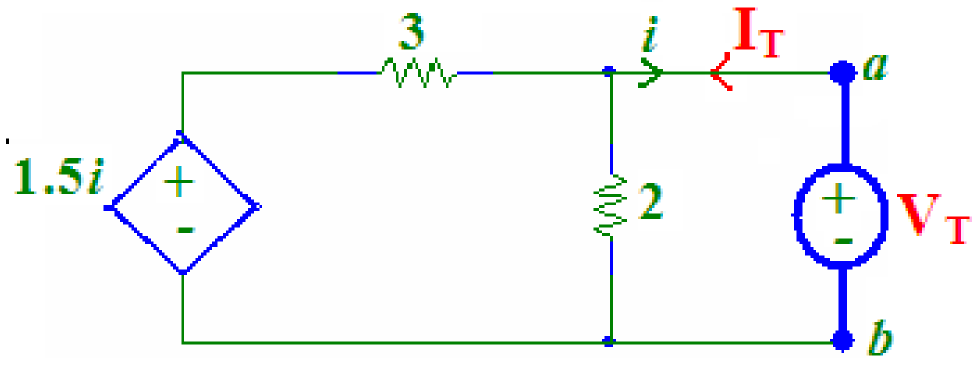


حل

- از آنجا که منبع ولتاژ داخل مدار وابسته است نباید آنرا صفر کرد. با اعمال یک منبع ولتاژ مستقل در پایانه های a و b مدار زیر بدست میآید:



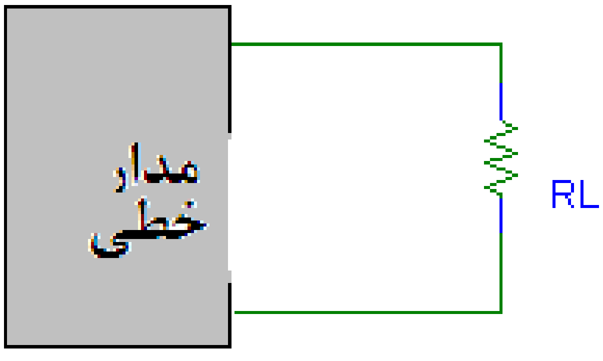
- با توجه به اینکه i و I_T مساوی و در جهت مخالف هستند، بنابراین $i=-I_T$ خواهد بود.
- $i_1=(V_T-1.5\ i)/3$
- $i_2=V_T/2$
- $I_T=i_1+i_2=(V_T-1.5\ i)/3+V_T/2=5V_T/6-0.5\ i$
- $I_T=(5/3)V_T$
- $R_{Th}=V_T/I_T=3/5=0.6\Omega$
- بنابراین مقدار مقاومت تونن برابر با ۰.۶ اهم میباشد.

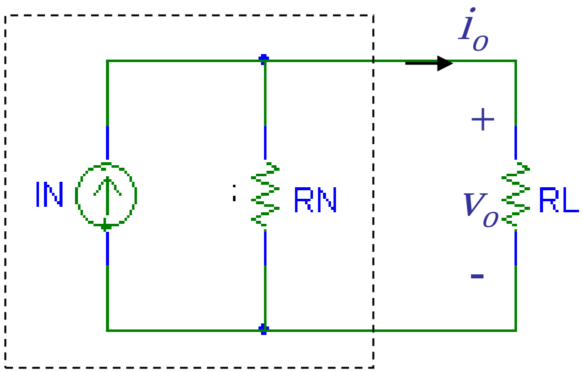


مدار معادل نورتن

- مشابه آنچه برای مدار معادل تونن گفته شد، می‌توان بجای هر مدار شامل مقاومتها، منابع مستقل یا وابستهٔ ولتاژ یا جریان از ترکیب موازی یک منبع جریان و یک مقاومت استفاده کرد.

- بجای مدار سمت چپ از معادل آن می‌توان استفاده کرد که در سمت راست نشان داده شده است.



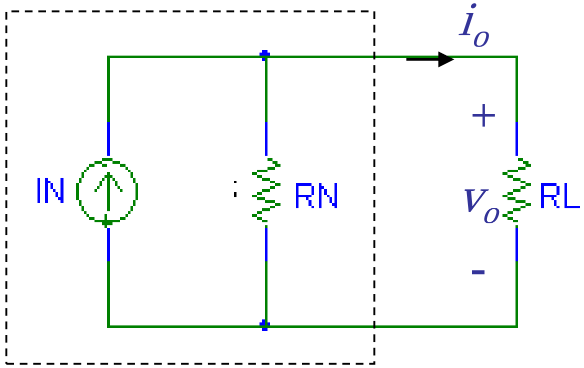


نحوهٔ محاسبهٔ مدار معادل نورتن

شامل دو مرحله است:

۱-یافتن مقاومت نورتن

۲- یافتن مقدار منبع جریان نورتن



مقاومت نورتن

- نحوة یافتن مقاومت نورتن مشابه روشهای یافتن مقاومت تونن است.
- با محاسبهٔ ولتاژ ترمینالهای خروجی وقتی که مدار باز هستند و سپس محاسبه جریان اتصال کوتاه ترمینالهای خروجی. $R=V/I_{SC}$
- تمامی منابع مستقل ولتاژ و جریان برابر با صفر قرار داده می‌شود، سپس مقاومت معادل محاسبه می‌شود.

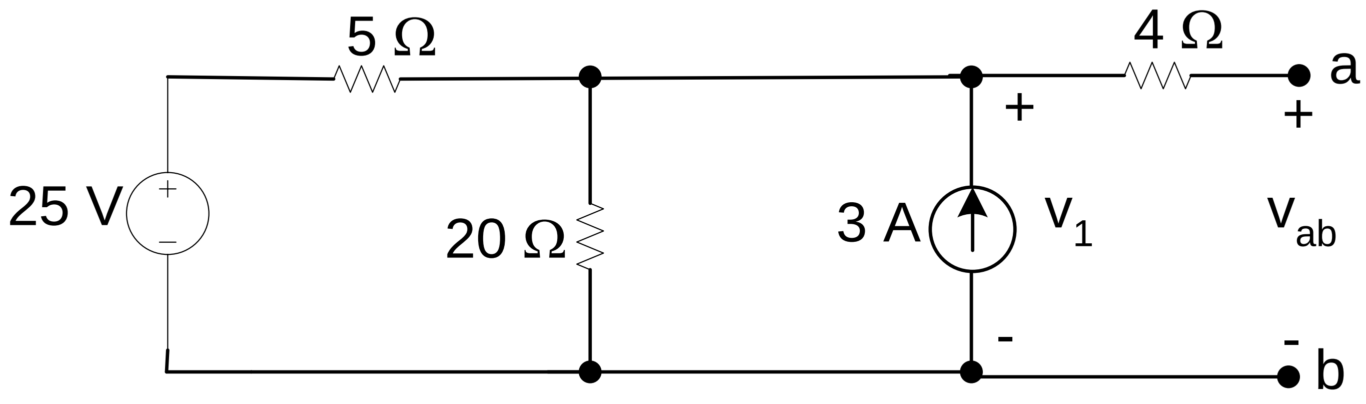
منبع جریان نورتن

- مقدار جریان منبع جریان نورتن، برابر است با همان جریان اتصال کوتاه ترمینالهای خروجی.
- توضیح: در صورتیکه مدار معادل تونن موجود باشد، از رابطهٔ زیر هم می‌توان جریان منبع را بدست آورد:

$$I_N=V_{Th}/R_{Th}$$

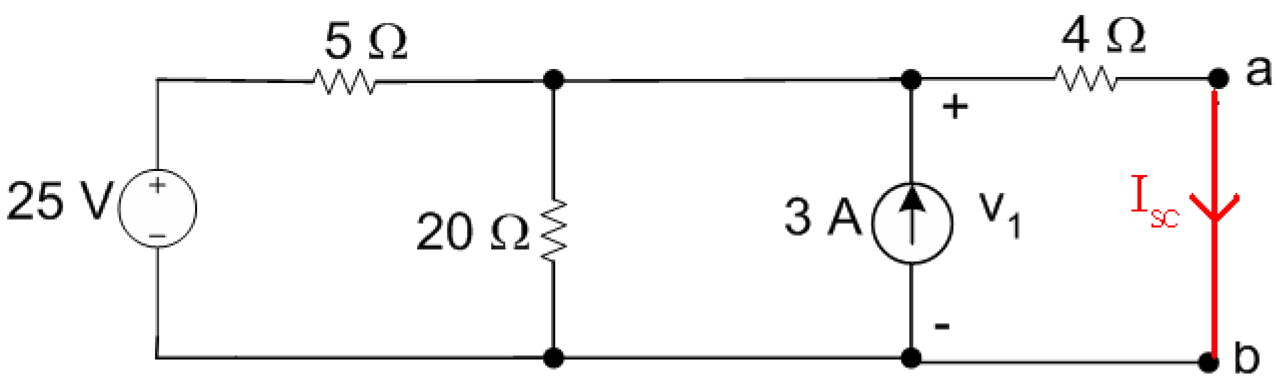
مثال

- مدار معادل نورتن مدار زیر را بدست آورید:



حل

- ابتدا جریان اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم:



- با استفاده از اصل جمع آثار مقدار جریان ۴ آمپر بدست می آید.

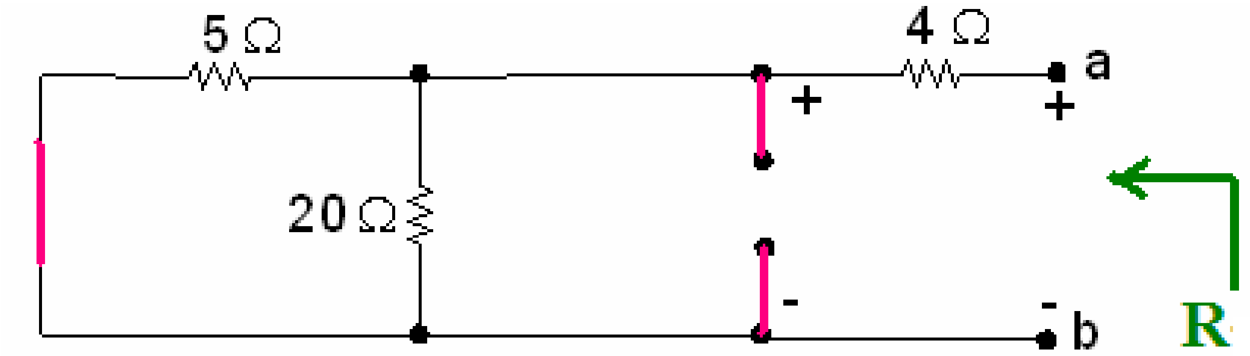
$I_{SC}=4A$

- همانگونه که بعداً نیز اشاره خواهد شد، برای یافتن جریان اتصال کوتاه می‌توان از روشهای دیگری مثل ولتاژ-گره، جریان-خانه، KCL و یا KVL استفاده کرد.

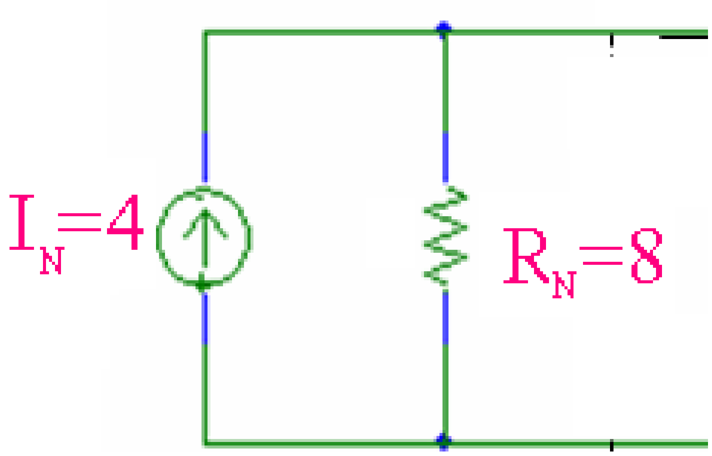
مقاومت نورتن

- برای یافتن مقاومت نورتن منابع مستقل را صفر کرده مقومت دیده شده را محاسبه می‌کنیم:

R=4+(5||20)=4+4=8



- بنابراین مدار معادل نورتن بشکل زیر است:

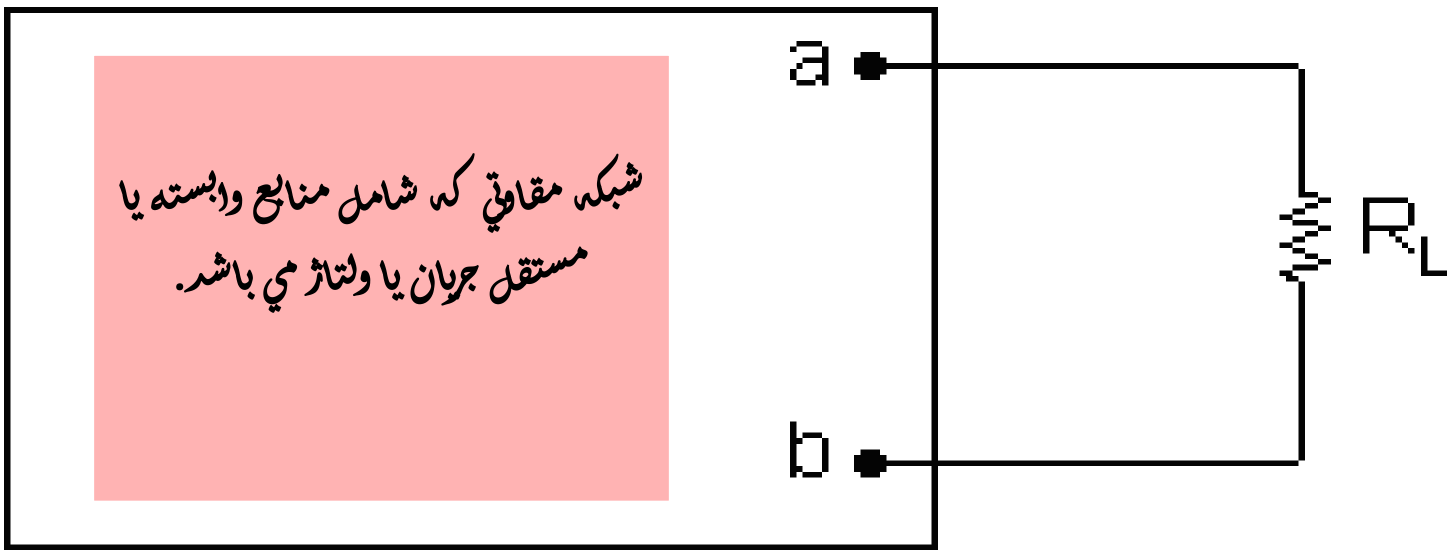


انتقال توان ماکزیمم

POWEREN.IR

انتقال ماکزیمم توان

- تصور کنید مداری شامل ترکیبی از مقاومتها، منابع مستقل یا وابسته جریان ویا ولتاژ باشد که دو ترمینال خروجی a و b آن به مقاومت بار (مصرف کننده) R_L متصل شده باشد. می خواهیم مقدار مناسب R_L را بیابیم بطوری که حداکثر توان به مقاومت بار منتقل شود.


شبکه مقاومتی که شامل منابع وابسته یا
مستقل جریان یا ولتاژ می باشد.
a
b
R_L

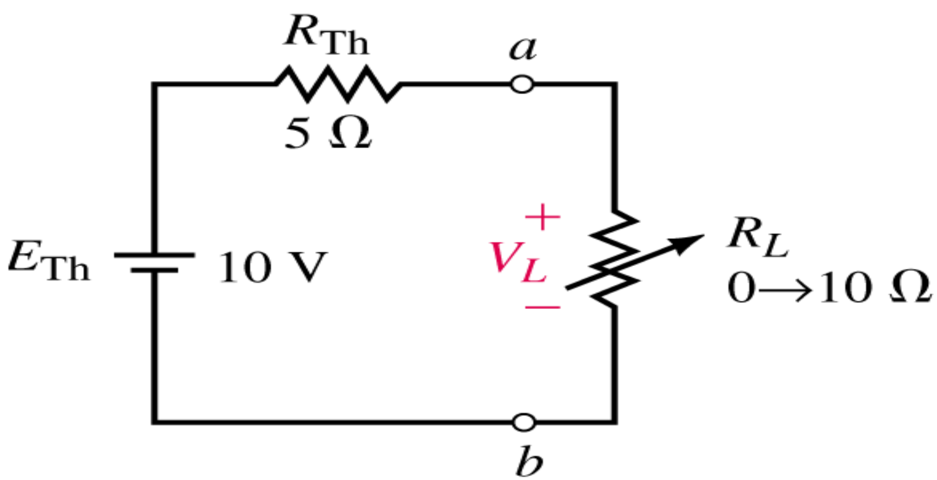
- برای یافتن مقدار مناسب مقاومت بار، ابتدا شبکه مقاومت و منابع را بصورت یک مدار معادل تونن نمایش میدهیم. سپس رابطه توان را برای مقاومت بار نوشته و از آن مشتق گرفته تا مقدار بهینه بدست آید. از حل این معادله مقدار مقاومت بار برابر با مقدار مقاومت تونن بدست می آید.

$$R_L = R_{Th}$$

$$p_{max} = \frac{V_{Th}^2 R_L}{(2R_L)^2} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L}$$

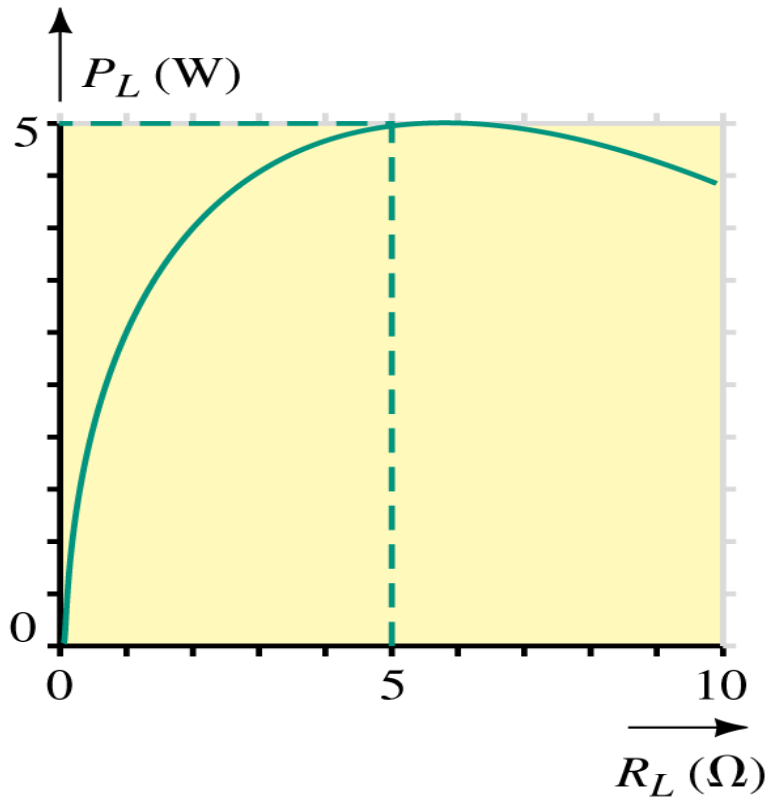
مثال

- در مدار زیر با تغییر مقاومت بار از صفر تا ۱۰ اهم مقدار توان مصرفی در مقاومت بار را رسم کرده و مقدار ماکزیمم آن به ازای چه مقداری از مقاومت بار اتفاق می افتد؟



حل

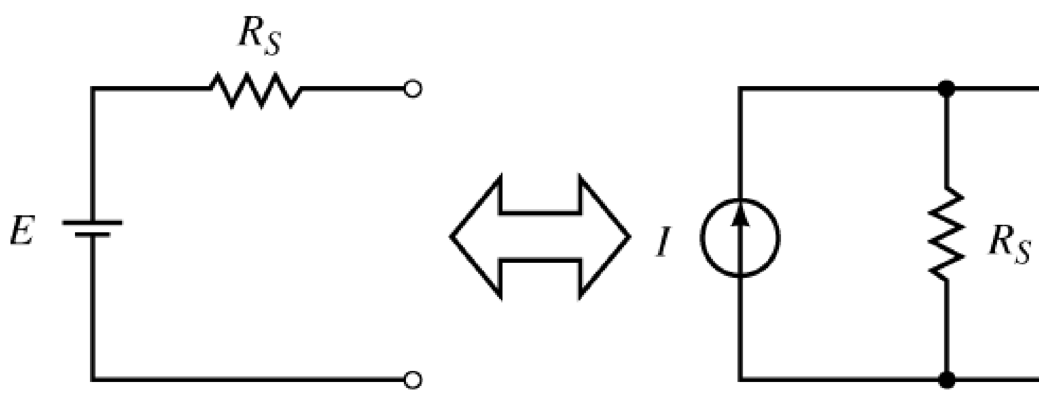
- با استفاده از رابطه توان و مقادیر مقاومت و منبع، منحنی زیر بدست میآید:



- همانگونه که دیده میشود مقدار ماکزیمم توان به ازای مقاومت بار ۵ اهم بدست میآید که برابر با مقدار مقاومت تونن است.

تبدیل منابع

- در بعضی موارد تبدیل منبع جریان به منبع ولتاژ یا برعکس، باعث سادگی مسأله می‌شود.
- می‌توان بجای منبع ولتاژ سری با مقاومت، از یک منبع جریان موازی با مقاومت استفاده کرد.



$E = IR_S$

$I = E / R_S$

قوانین جریان و ولتاژ کیرشهف

بعضی تعاریف اولیه

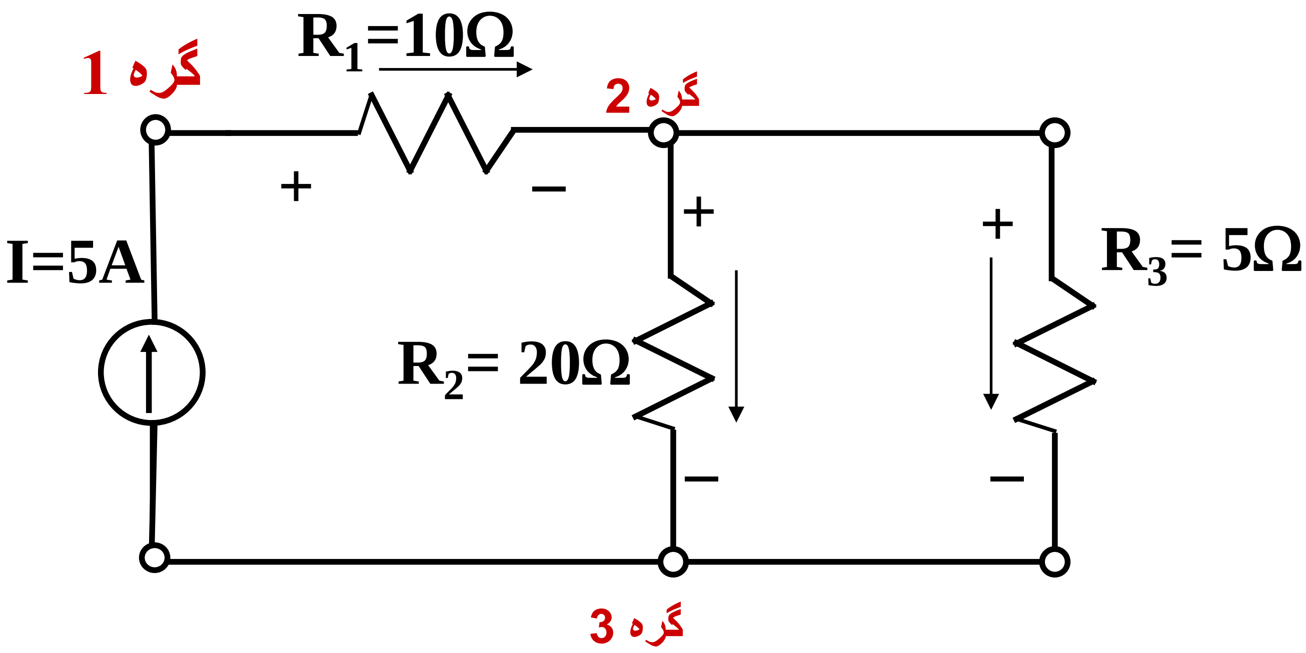
- گره(**Node**): محل اتصال دو یا بیشتر عنصر الکتریکی به یکدیگر را گره میگویند.
- حلقه(**Loop**): هر مسیر بسته در داخل مدار الکتریکی را گویند.
- مسیر: مجموعه عناصری که میتوان آنها را بدون عبور مجدد از یک گره پیمود.
- شاخه: مسیری که تنها از یک عنصر و دو گره مربوط به دو سر آن عنصر تشکیل میشود.

قانون جریان کیرشهف

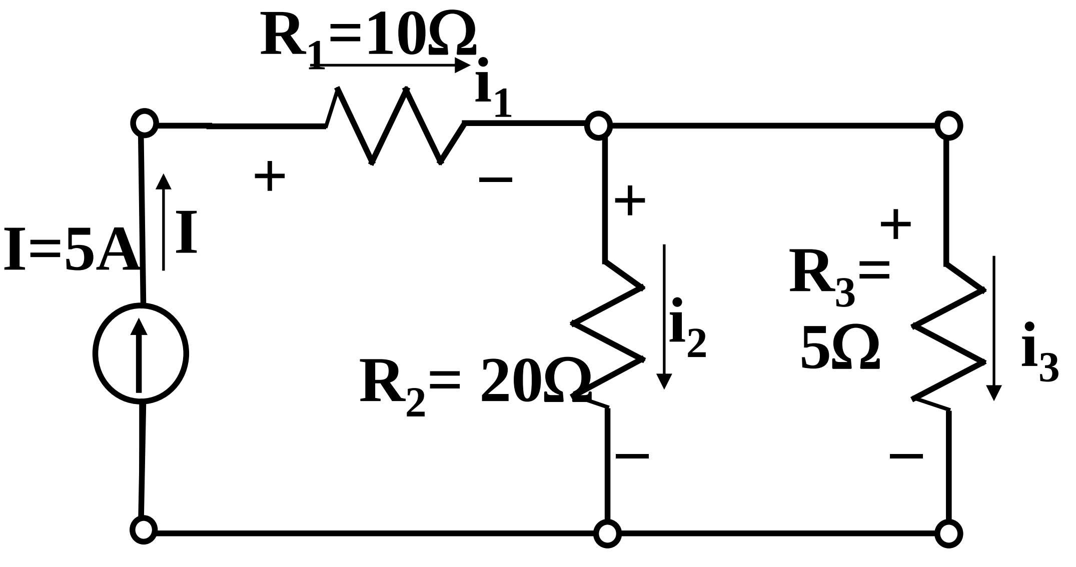
- این قانون اصطلاحاً Kirchhoff’s Current Law یا KCL نیز نامیده میشود بصورت زیر است:
- مجموع جبری تمام جریانها در هر گره از مدار همواره برابر با صفر است.
- به عبارت دیگر مجموع جریانهای ورودی در هر گره برابر با مجموع جریانهای خروجی از آن گره است.
- *نکته:* در هنگام نوشتن معادلات KCL جریانهای خروجی را با علامت مثبت و جریانهای ورودی را با علامت منفی نمایش میدهیم.

مثال از KCL

- در مدار زیر با استفاده از روابط KCL جریانهای هر شاخه را بدست آورید.



حل



Node 1: $+I - i_1 = 0$

Node 2: $+i_1 - i_2 - i_3 = 0$

Node 3: $+i_2 + i_3 - I = 0$

$V_2 = V_3$

$R_2\, i_2 = R_3\, i_3$

$20\, i_2 = 5\, i_3$

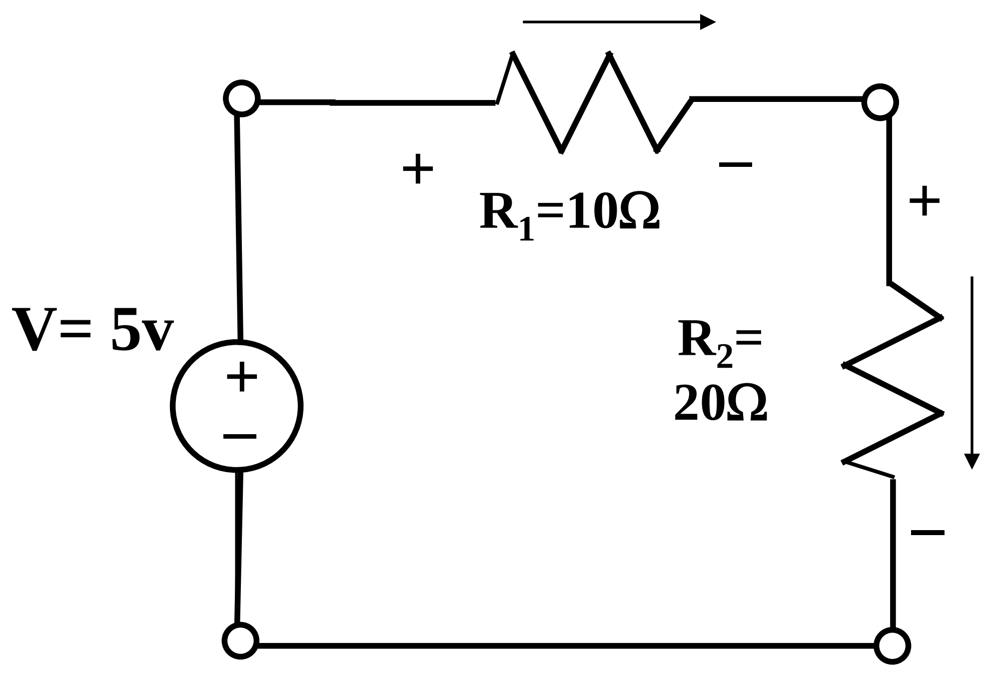
- برای هر گره یک معادله نوشته شد و سه معادله بدست آمد در حالیکه مجهولهای مسأله I ,i_1, i_2, i_3 هستند. برای یافتن جواب نیاز به داشتن یک معادله دیگر است.
- با توجه به شکل مسأله I، همان مقدار جریان منبع جریان و برابر با ۵ میباشد. بنابراین $I=5$ معادله بعدی است.
- با حل دستگاه چهار معادله، چهار مجهول، مقادیر جریانهای هر شاخه بدست میآید.
- $I=5 \;, i_1=5 \;, i_2=1 \;, i_3=4^A$
- $V_1=50 \;, V_2=V_3=20^V$

قانون ولتاژ کیرشهف

- این قانون اصطلاحاً Kirchhoff's Voltage Law یا KVL نیز نامیده میشود بصورت زیر است:
- مجموع جبری ولتاژ تمام عناصر الکتریکی در هر حلقه از مدار الکتریکی همواره برابر با صفر است.
- *نکته:* در هنگام نوشتن معادلات KVL هرگاه از طرف علامت مثبت وارد یک عنصر شویم، آن ولتاژ را با علامت مثبت جمع میکنیم و اگر از طرف علامت منفی وارد عنصر شویم، آن ولتاژ را با علامت منفی جمع میکنیم.

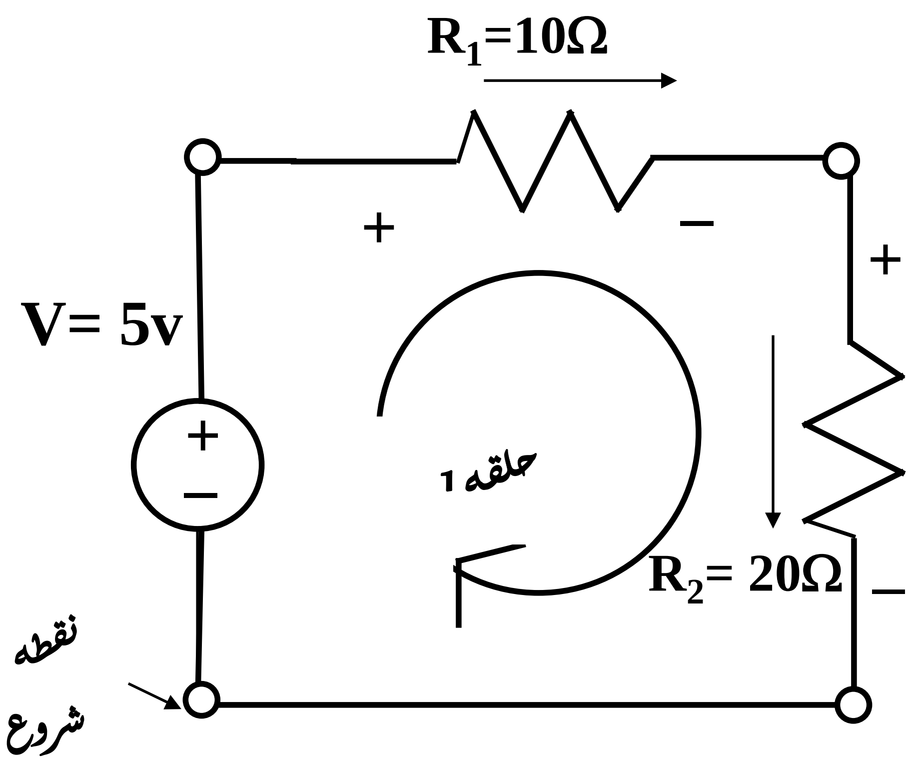
مثال از KVL

- در مدار زیر با استفاده از روابط KVL مقادیر جریانها و ولتاژها را بدست آورید:



حل

- برای حل مدار از نقطه نشان داده شده در شکل شروع کرده و رابطه KVL را مینویسیم:
- $-V+ V_{R1}+V_{R2} = 0$
- برای حل مدار نیاز به روابط دیگری نیز میباشد که با توجه به شکل، آنها را مینویسیم:
- $V=5V$
- $i_V = i_{R1} = i_{R2}$
- $V_{R1}=10\ i_{R1}$
- $V_{R2}=20\ i_{R2}$



- از حل دستگاه معادلات بالا مقادیر جریانها و ولتاژها بصورت زیر بدست می آیند:

- $V=5^V$
- $V_{R1}=5/3$
- $V_{R2}=10/3$
- $i_{R1}=i_{R2}=5/30$

روش ولتاژ-گره

چرا روشهای جدید؟

- روشهای ولتاژ-گره و جریان-خانه دو روش برای حل مدارهای الکتریکی هستند که نسبت به روشهای حل مدار گفته شده تا حال، دارای مزایایی هستند:
- همه مدارهای الکتریکی را نمی توان با روشهای قبلی حل کرد در حالیکه با روشهای جریان-خانه و ولتاژ-گره میتوان همه مدارهای الکتریکی را تحلیل کرد.
- روشهای جریان-خانه و ولتاژ-گره را میتوان بصورت الگوریتمهای کامپیوتری پیاده سازی کرد ولی روشهای قبلی را نمیتوان بصورت الگوریتم مشخصی برای همه مدارها بکار برد.
- در روشهای قبلی مشخص نمودن و نوشتن معادلات مستقل از هم، مشکل است در حالیکه در روشهای ولتاژ-گره و جریان-خانه معادلات مستقل از هم میباشند.

روش ولتاژ-گره

- این روش بر اساس معادلات KCL می‌باشد و متغییرها ولتاژ گره‌ها هستند. این روش شامل ۴ مرحله می‌باشد:

۱-مشخص نمودن تمام گره‌های اصلی و انتخاب یکی از آنها بعنوان گره مبنا.

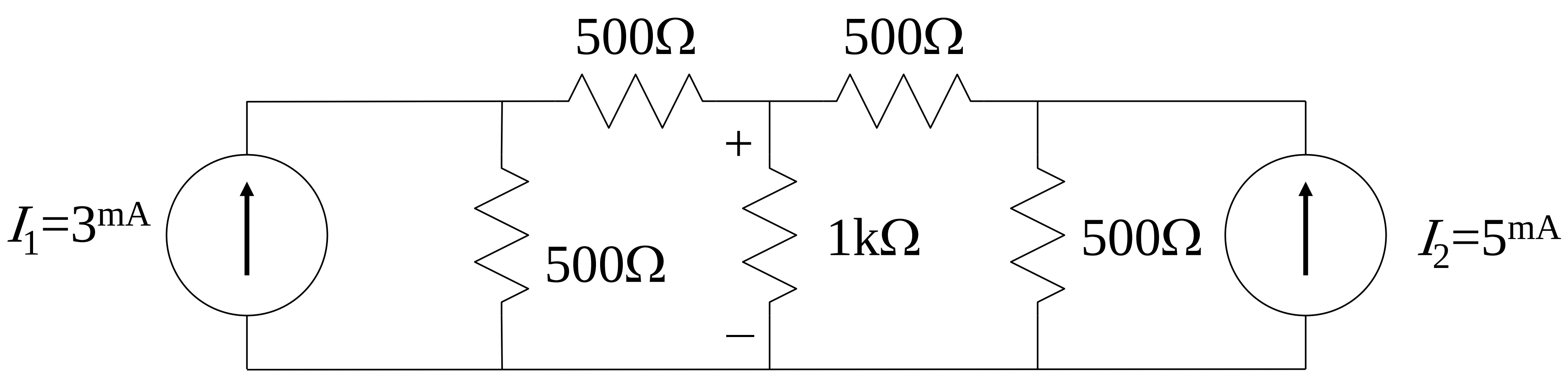
۲-شماره‌گذاری سایرگره‌ها.

۳- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا. متغیرهای بکاررفته در معادلات ولتاژهای گره‌ها هستند.

۴- تشکیل دستگاه n معادله، nمجهول و حل آن.

مثال از ولتاژ-گره

- در مدار زیر با استفاده از روش ولتاژ-گره، مقادیر جریان و ولتاژ هر یک از مقاومتها را بدست آورید.



حل

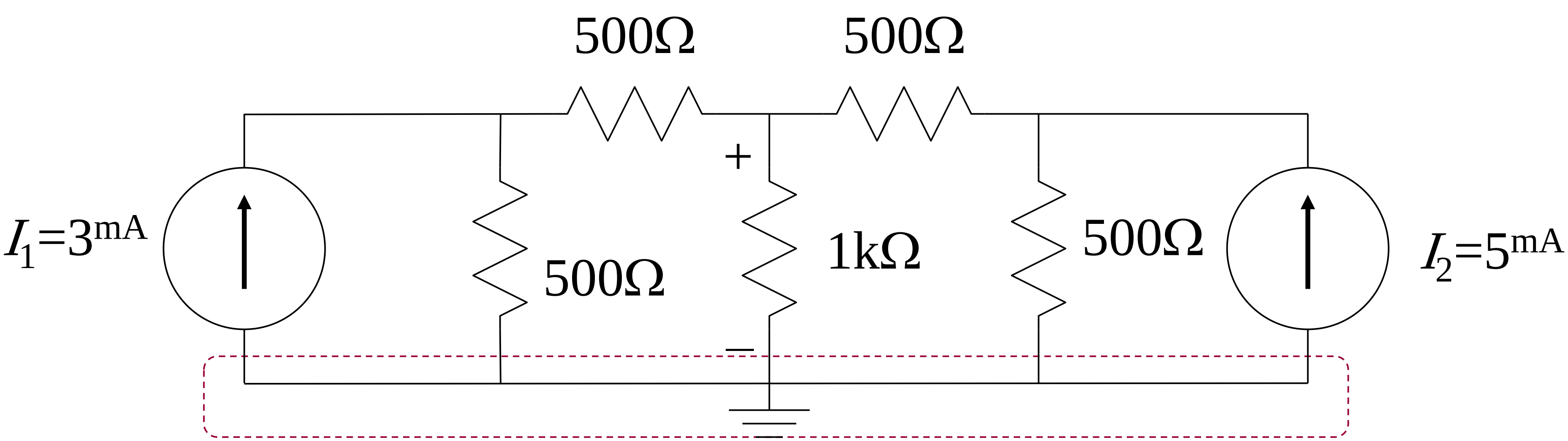
۱-مشخص نمودن تمام گره‌های اصلی و انتخاب یکی از آنها بعنوان گره مبنا.

۲-شماره‌گذاری سایر گره‌ها.

۳- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا. متغیرهای بکاررفته در معادلات ولتاژهای گره‌ها هستند.

۴- تشکیل دستگاه n معادله، nمجهول و حل آن.

- ابتدا یکی از گره‌ها را بعنوان گره مبنا را انتخاب می‌کنیم.



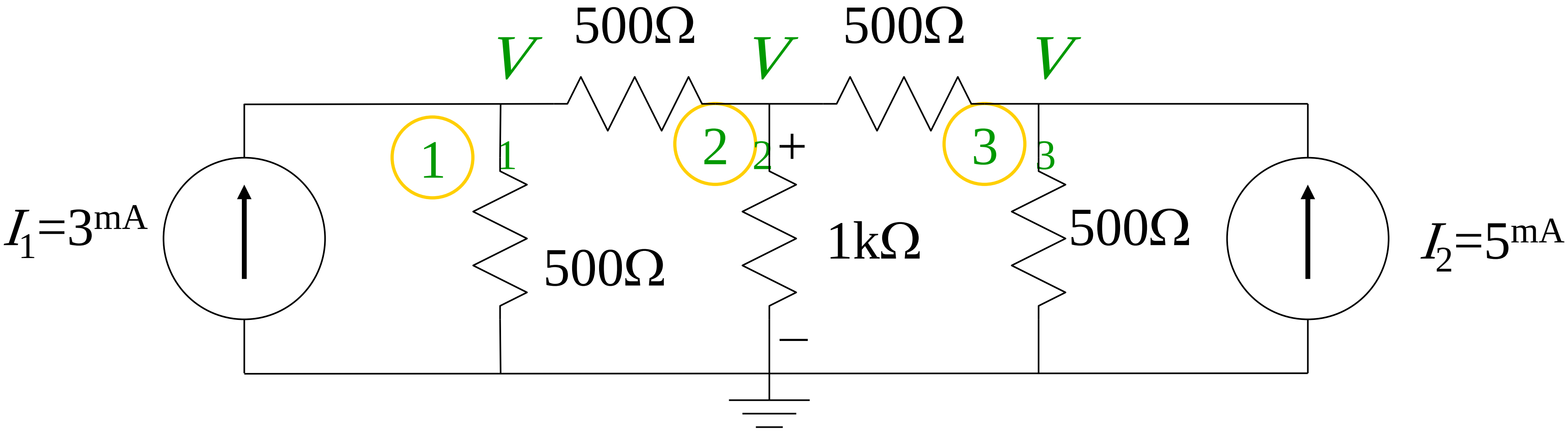
۱-مشخص نمودن تمام گره‌های اصلی و انتخاب یکی از آنها بعنوان گره مبنا.

۲-شماره‌گذاری سایرگره‌ها.

۳- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا. متغیرهای بکاررفته در معادلات ولتاژهای گره‌ها هستند.

۴- تشکیل دستگاه n معادله، nمجهول و حل آن.

- پس از انتخاب گره مبنا، همهٔ گره‌ها شماره‌گذاری می‌شوند.



۱-مشخص نمودن تمام گره‌های اصلی و انتخاب یکی از آنها بعنوان گره مبنا.

۲-شماره‌گذاری سایرگره‌ها.

۳- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا.

۴- تشکیل دستگاه n معادله، nمجهول و حل آن.

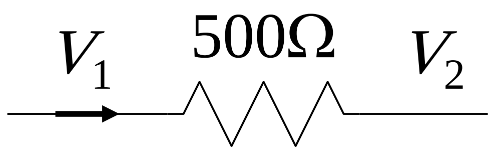
۱-مشخص نمودن تمام گره‌های اصلی و انتخاب یکی از آنها بعنوان گره مبنا.

۲-شماره گذاری سایرگره‌ها.

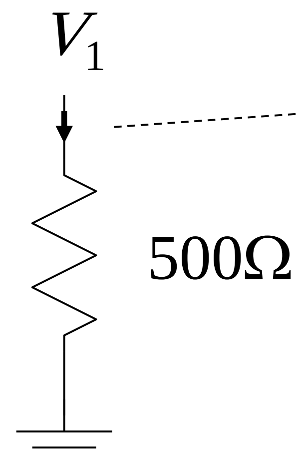
۳- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا. متغیرهای بکاررفته در معادلات ولتاژهای گره‌ها هستند.

۴- تشکیل دستگاه n معادله، nمجهول و حل آن.

- از آنجا که گره مبنا زمین در نظر گرفته شده است، ولتاژ آن برابر با صفر است.

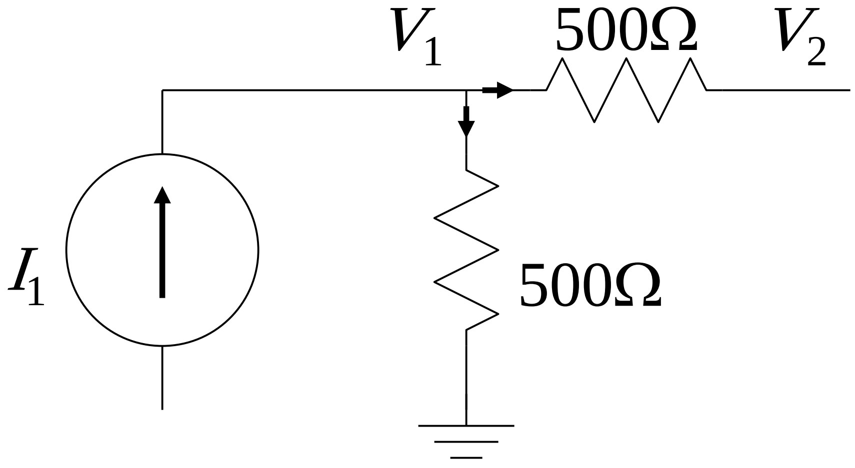


$$\frac{V_1 - V_2}{500\Omega}$$



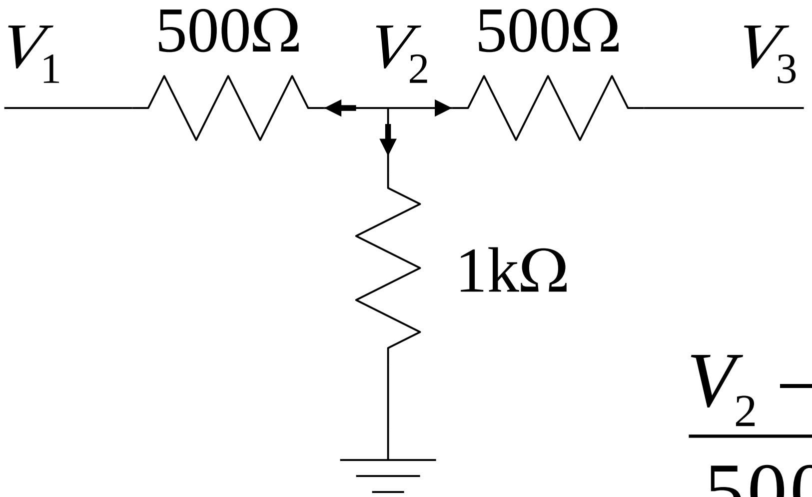
$$\frac{V_1}{500\Omega}$$

- رابطهٔ KCL برای گره شماره ۱ بصورت زیر می‌باشد:



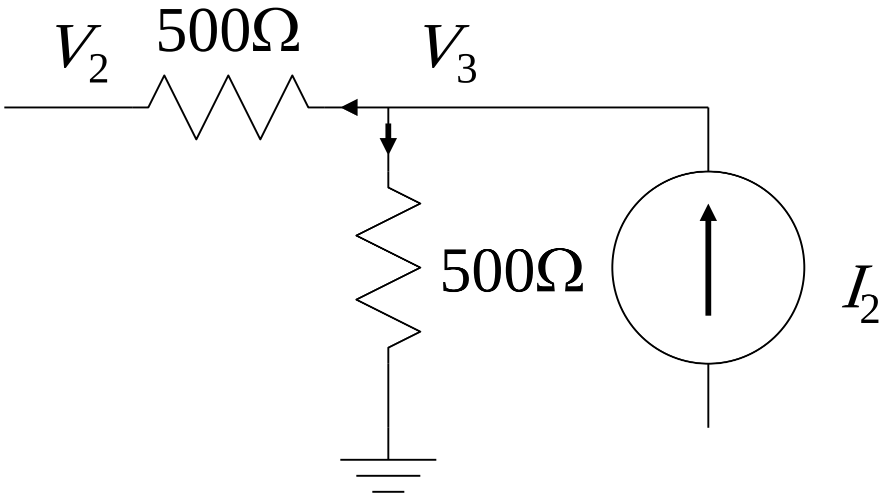
$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{500\Omega} + \frac{V_1}{500\Omega}$$

- رابطهٔ KCL برای گره شماره ۲ بصورت زیر می‌باشد:



$$\frac{V_2 - V_1}{500\Omega} + \frac{V_2}{1\text{k}\Omega} + \frac{V_2 - V_3}{500\Omega} = 0$$

- بطور مشابه، رابطهٔ KCL برای گره شماره ۳ بصورت زیر خواهد شد:



$$\frac{V_3 - V_2}{500\Omega} + \frac{V_3}{500\Omega} = I_2$$

۱-مشخص نمودن تمام گره‌های اصلی و انتخاب یکی از آنها بعنوان گره مبنا.

۲-شماره‌گذاری سایرگره‌ها.

۳- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا.

۴- تشکیل دستگاه n معادله، nمجهول و حل آن.

- با مرتب کردن روابط KCL نوشته شده در بالا، دستگاه معادلات را تشکیل داده و مقادیر متغیرها محاسبه می‌شوند:

$$V_1\left(\frac{1}{500\Omega}+\frac{1}{500\Omega}\right)-\frac{V_2}{500\Omega}=I_1$$

$$-\frac{V_1}{500\Omega}+V_2\left(\frac{1}{500\Omega}+\frac{1}{1\text{k}\Omega}+\frac{1}{500\Omega}\right)-\frac{V_3}{500\Omega}=0$$

$$-\frac{V_2}{500\Omega}+V_3\left(\frac{1}{500\Omega}+\frac{1}{500\Omega}\right)=I_2$$

- دستگاه فوق یک دستگاه چهار معادله، چهار مجهول است که می‌توان آنرا به روشهای گوناگون حل کرد.
- از حل معادلات فوق جوابهای زیر بدست می آید:

- $V_1=1.3333$
- $V_2=1.1667$
- $V_3=1.5833$

روشهای حل دستگاه معادلات

برای حل دستگاه معادلات n معادله n مجهول، چند روش وجود دارد:

- ساده‌سازی معادلات و حل آنها
- روش حل ماتریسی
- روش حل کرامر

ساده‌سازی معادلات و حل آنها

- در این روش با استفاده از ترکیب و ساده‌سازی معادلات، تعداد مجهولات را کاهش داده تا نهایتاً مقدار یکی از مجهولات بدست آید.
- با استفاده از معادلات ساده شده و مقدار بدست آمده برای مجهول اول، مقادیر بقیه مجهولات نیز محاسبه می‌شود.

- ساده‌سازی معادلات و حل آنها
- روش حل ماتریسی
- روش حل کرامر

روش حل ماتریسی

- اگر فرض کنیم که معادلات بصورت زیر باشند، آنها را مرتب کرده و بفرم ماتریسی نمایش می‌دهیم:

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n$$

- دستگاه معادلات را می‌توان بصورت زیر نمایش داد:

$$AX = B$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ b_n \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

- اگر همهٔ معادلات از یکدیگر مستقل باشند، دترمینان ماتریس A مخالف با صفر خواهد شد و یک جواب منحصر بفرد برای مجهولات بدست می آید.
- از آنجا که دترمینان A مخالف با صفر است، ماتریس معکوس A^{-1} را می‌توان بصورت زیر بدست آورد:

$$X = A^{-1}B$$

مثال

- دستگاه معادلات زیر را بروش ماتریسی حل کنید

$$\begin{aligned} 2x+z &= 2 \\ x+y &= 3 \\ 3x+2y+z &= 1 \end{aligned} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2*1*1+0*0*3+1*2*1-1*1*3-3*0*0-1*1*2 = 2+0+4-3-2 = 1$$

$$A^* = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{A^*}{|A|} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

- پس از محاسبهٔ ماتریس معکوس میتوان مقادیر متغیرها را بدست آورد:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+6-1 \\ -2-3+1 \\ -2-12+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \\ -12 \end{bmatrix}$$

- بنابراین خواهیم داشت:

$x=7, y=-4 , z=-12$

- ساده‌سازی معادلات و حل آنها
- روش حل ماتریسی
- روش حل کرامر

روش کرامر

- با فرض اینکه n معادله n مجهولی مستقل از هم بصورت زیرداشته باشیم:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n$$

که $a_{11},\ldots,a_{nn}$ و $b_1,\ldots,b_n$ ضرایب ثابت هستند.

روش کرامر

- مقادیر متغیرها از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|},\ x_2 = \frac{|A_2|}{|A|},\ldots,\quad x_n = \frac{|A_n|}{|A|}$$

- که A_i از تعویض ستون iام ماتریس A با بردار B بدست می‌آید.
- ***نکته:*** برای استفاده از روش کرامر، معادلات باید حتماً مستقل از هم باشند تا دترمینان ماتریس A مخالف صفر شود. در غیر اینصورت مخرج کسرها برابر با صفر شده و جوابی بدست نمی‌آید.

مثال از روش کرامر

- با استفاده از روش کرامر دستگاه معادلات زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 2x+z &= 2 \\ x+y &= 3 \\ 3x+2y+z &= 1 \end{aligned} \Rightarrow A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حل مثال

- همانگونه که دیده می‌شود همه معادلات مستقل از هم هستند و دترمینان A مخالف صفر است. همچنین داریم:

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2*1*1+0*0*1+2*3*1-1*1*1-1*3*0-2*0*2=7$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2*3*1+2*0*3+1*1*1-1*3*3-1*1*2-1*0*2=-4$$

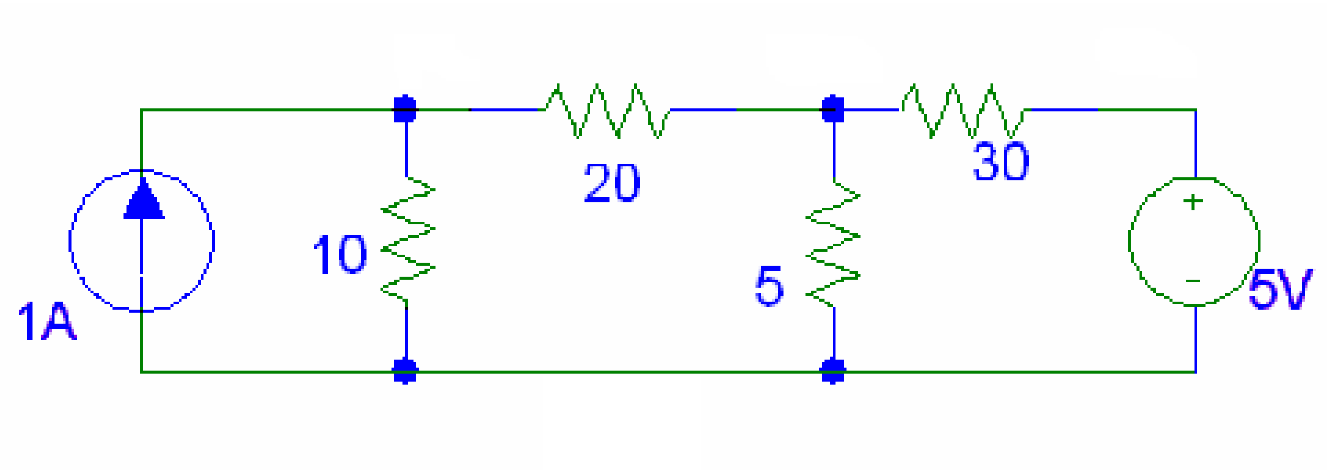
$$|A_3| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2*1*1+2*2*1+3*3*0-2*1*3-1*1*0-2*3*2=-12$$

و بنابراین می‌توان نوشت:

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = 7,\ x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = -4,\ x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} = -12$$

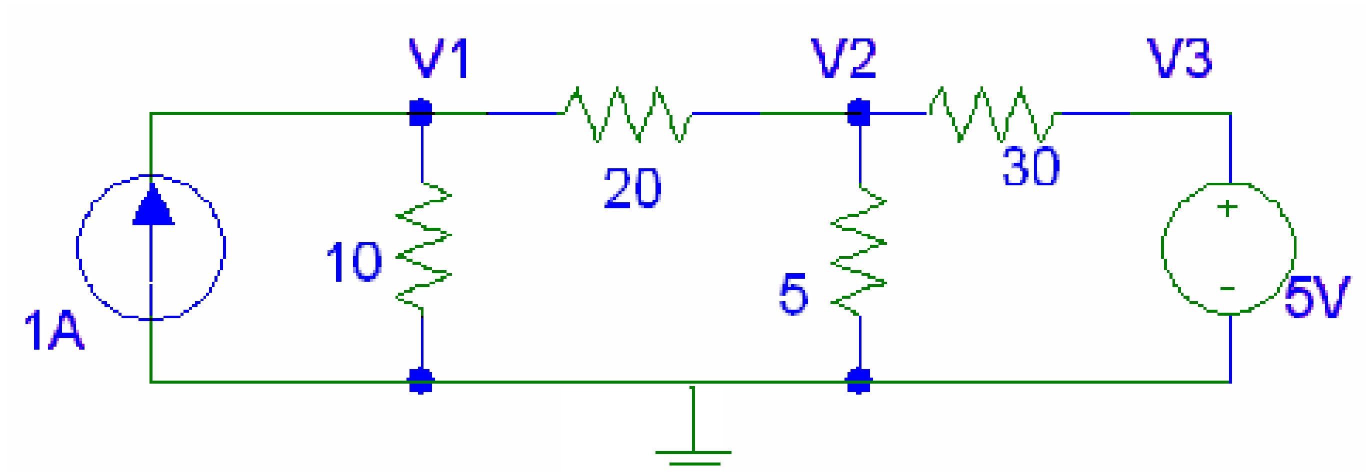
مثال

- مدار زیر را با استفاده از روش ولتاژ-گره حل کنید.



حل

- ابتدا همهٔ گره‌های اصلی را شماره‌گذاری کرده و گره مبنا را تعیین می‌کنیم.
-



- سپس روابط KCL را برای هر گره می‌نویسیم:

KCL 1: $$-1A+\frac{V_1}{10\Omega}+\frac{V_1-V_2}{20\Omega}=0$$

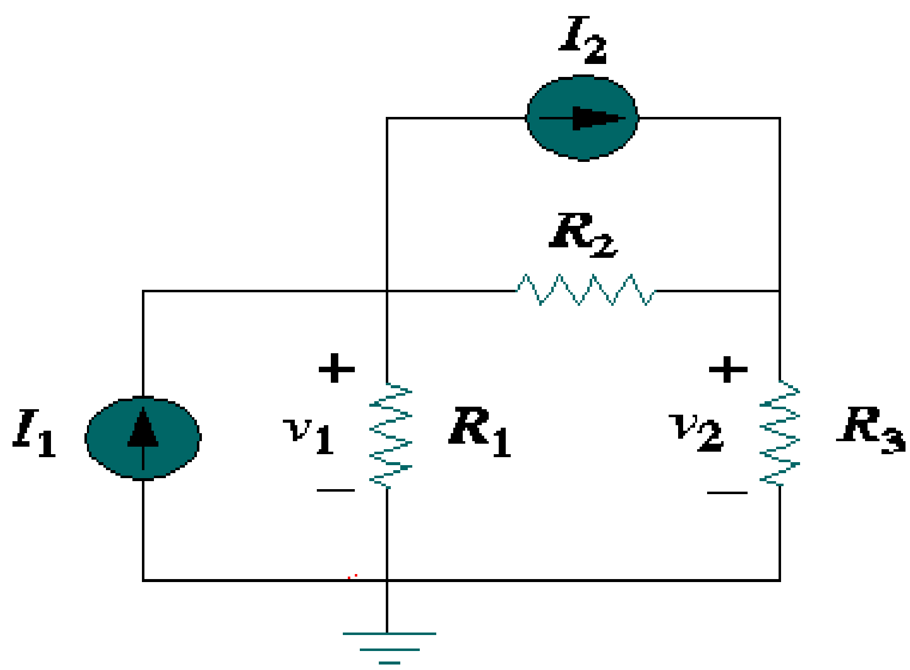
KCL 2: $$\frac{V_2-V_1}{20\Omega}+\frac{V_2}{5\Omega}+\frac{V_2-V_3}{30\Omega}=0$$

KCL 3: $$\frac{V_3-V_2}{30\Omega}+I_{5V}=0$$

- همانگونه که دیده می‌شود، تعداد معادلات از تعداد مجهولات بیشتر است و نیاز به یک معادله دیگر است. در چنین مواردی معمولاً می‌توان از شکل مسأله استفاده کرد و معادلات لازم را اضافه نمود.
- $V_3=5^V$
- دستگاه معادلات را حل کرده و جوابها را بدست می آوریم:
- $V_1 = 7.29^V$
- $V_2 = 1.88^V$

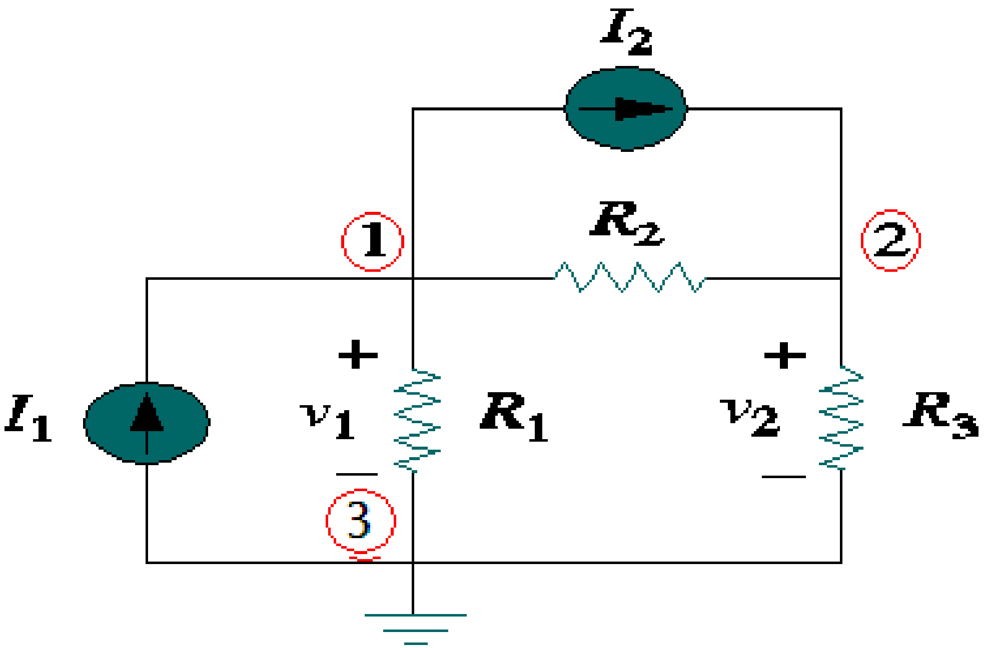
مثال از ولتاژ-گره

- در مدار زیر مقادیر ولتاژهای V_1 و V_2 را با استفاده از روش ولتاژ-گره بدست آورید.

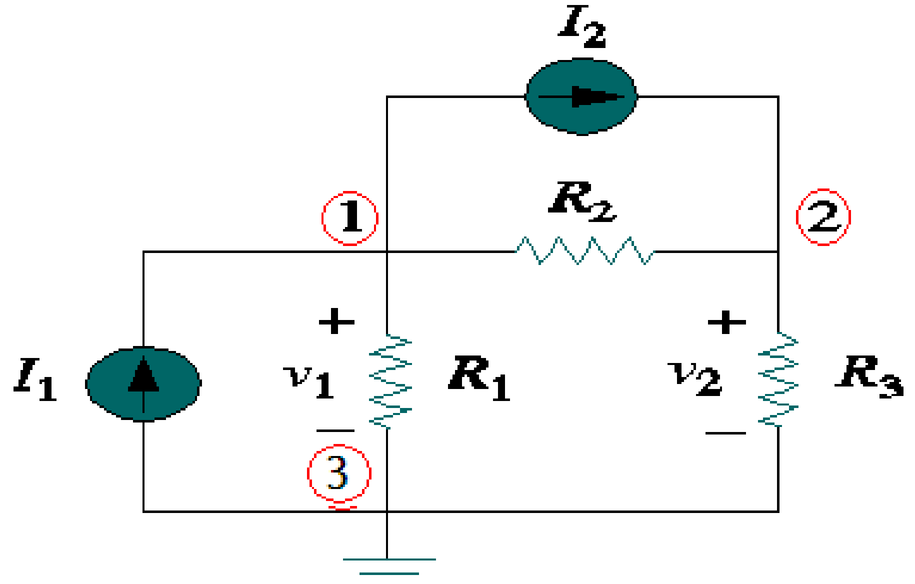


حل

- ابتدا گره‌های اصلی را شماره‌گذاری کرده و معادلات KCL را می‌نویسیم:



- KCL 1: $-I_1+V_1/R_1+(V_1-V_2)/R_2+I_2=0$
- KCL 2: $-I_2+(V_2-V_1)/R_2+V_2/R_3=0$



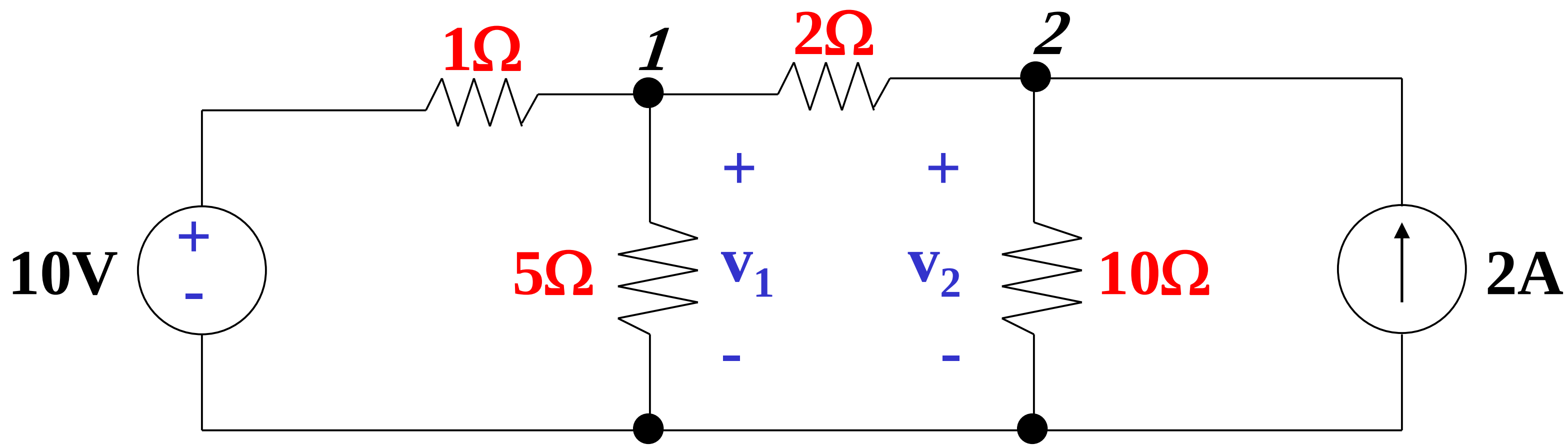
با مرتب کردن معادلات می‌توان آنها را بفرم ماتریسی نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2+G_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_1-I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

که منظور از G هدایت الکتریکی و برابر با 1/R می‌باشد.

مثال

- در مدار زیر با استفاده از روش ولتاژ-گره مقادیر ولتاژهای نشان داده شده را بیابید.

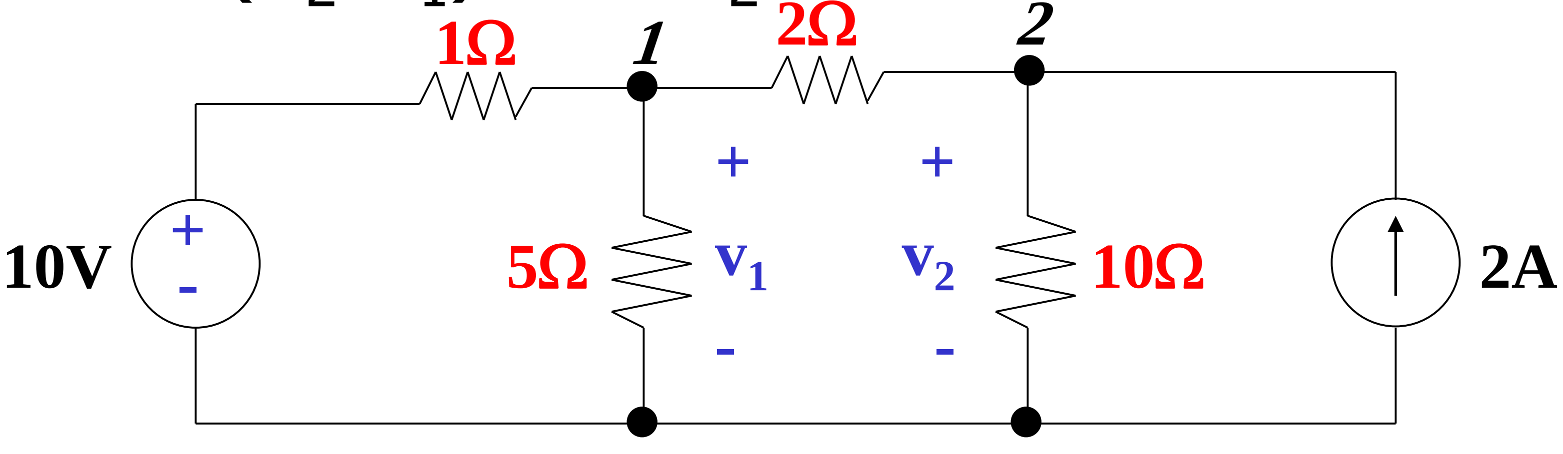


حل

- گره‌های اصلی را شماره‌گذاری کرده و معادلات KCL را برای آنها می‌نویسیم:

$$\text{KCL 1: } (V_1-10)/1+ V_1/5 +(V_1-V_2)/2=0$$

$$\text{KCL 2: } (V_2-V_1)/2 + V_2/10 -2 =0$$



همانگونه که دیده می‌شود برای نوشتن رابطهٔ KCL در گره شماره ۱ از مقدار منبع ولتاژ نیز استفاده شد.

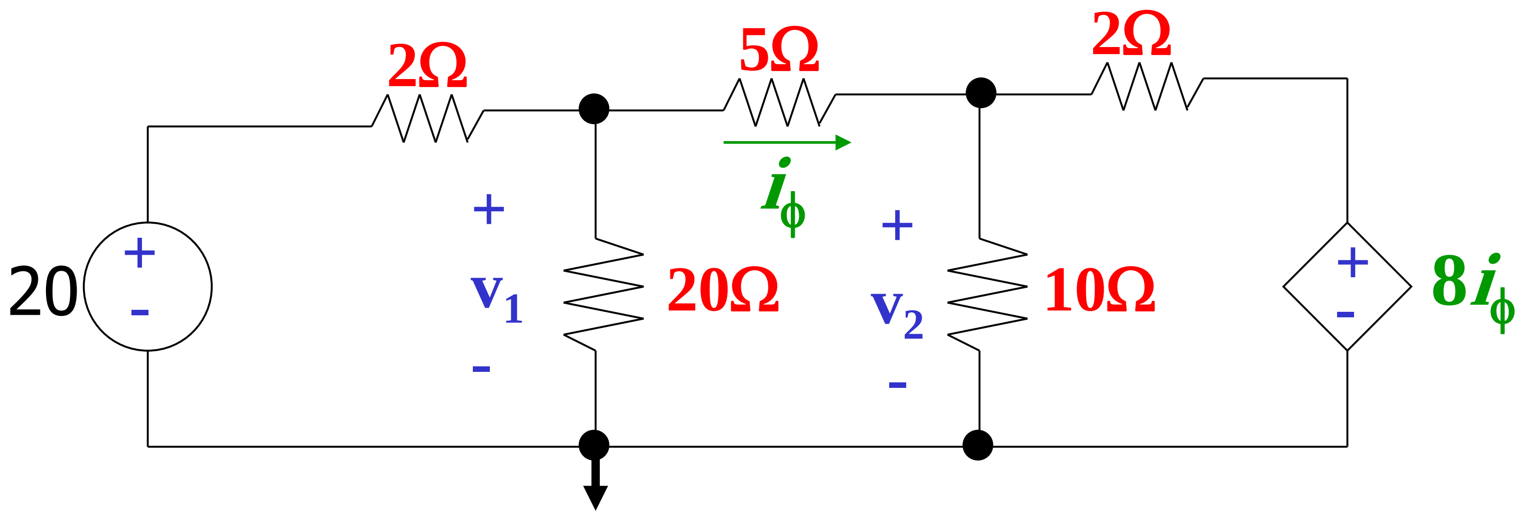
با مرتب کردن روابط فوق آنها را حل می‌کنیم:

$V_1=9.1^V$

$V_2=11^V$

مثال از ولتاژ-گره

- ولتاژهای خواسته شده در مدار زیر را با استفاده از روش ولتاژ-گره بدست آورید.

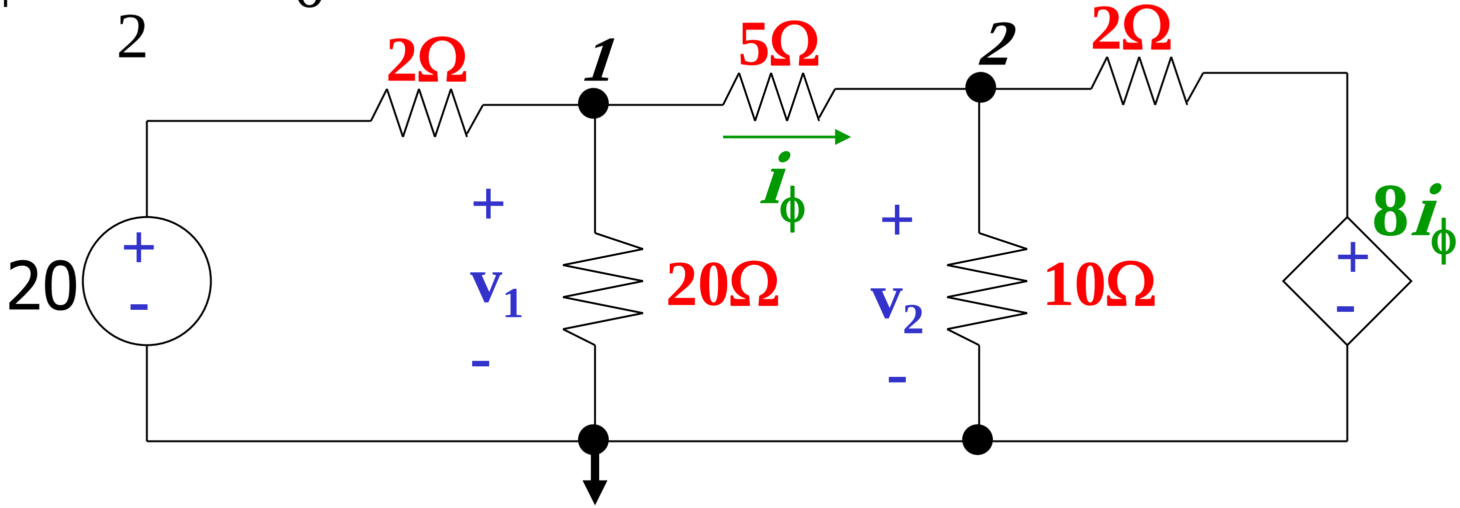


حل

گره‌ها را شماره‌گذاری کرده و روابط KCL را می‌نویسیم:

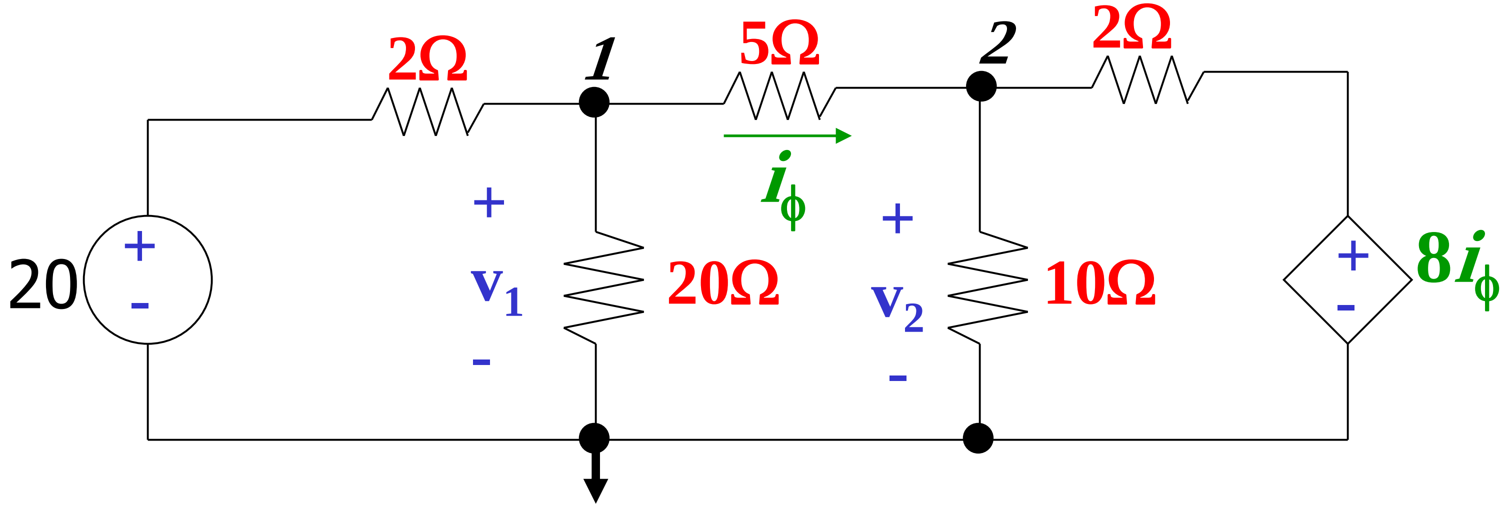
$$\frac{v_1 - 20}{2} + \frac{v_1}{20} + \frac{v_1 - v_2}{5} = 0$$

$$\frac{v_2 - v_1}{5} + \frac{v_2}{10} + \frac{v_2 - 8i_\phi}{2} = 0$$



با توجه به شکل می‌توان یک رابطه دیگر نیز اضافه کرد:

$$i_\phi=(V_1-V_2)/5$$



با مرتب کردن و حل معادلات بدست می آید:

$$15\,V_1 - 4\,V_2 = 200$$

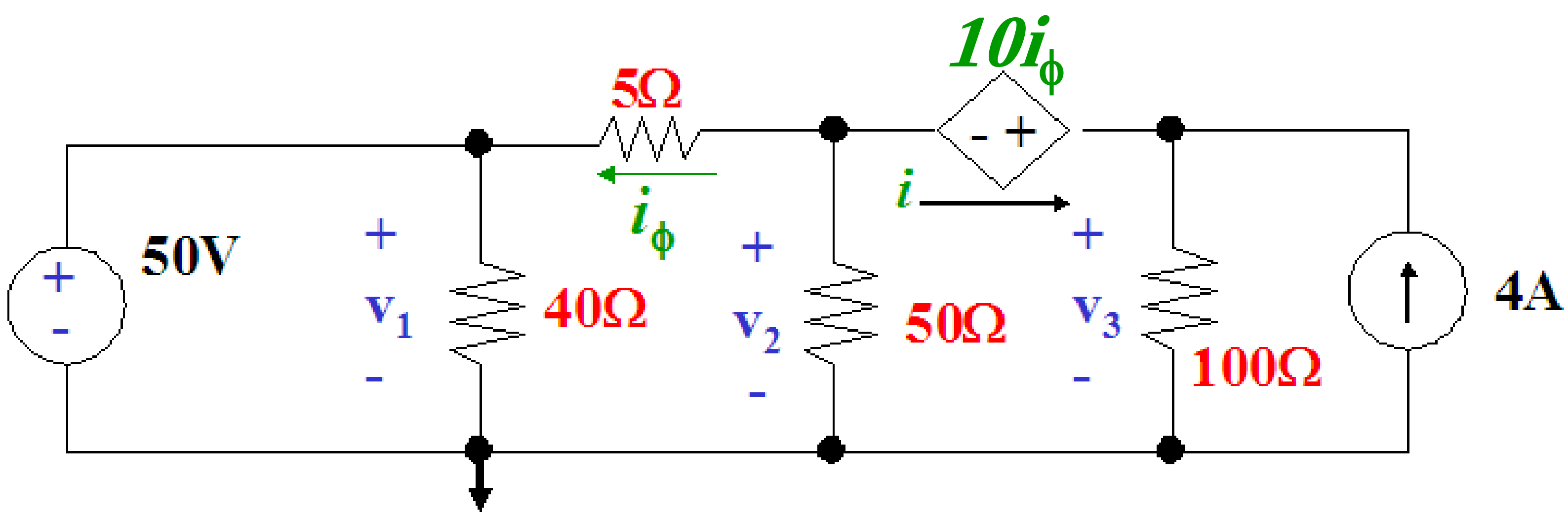
$$-10\,V_1 + 16\,V_2 = 0$$

$$V_1 = 16^V$$

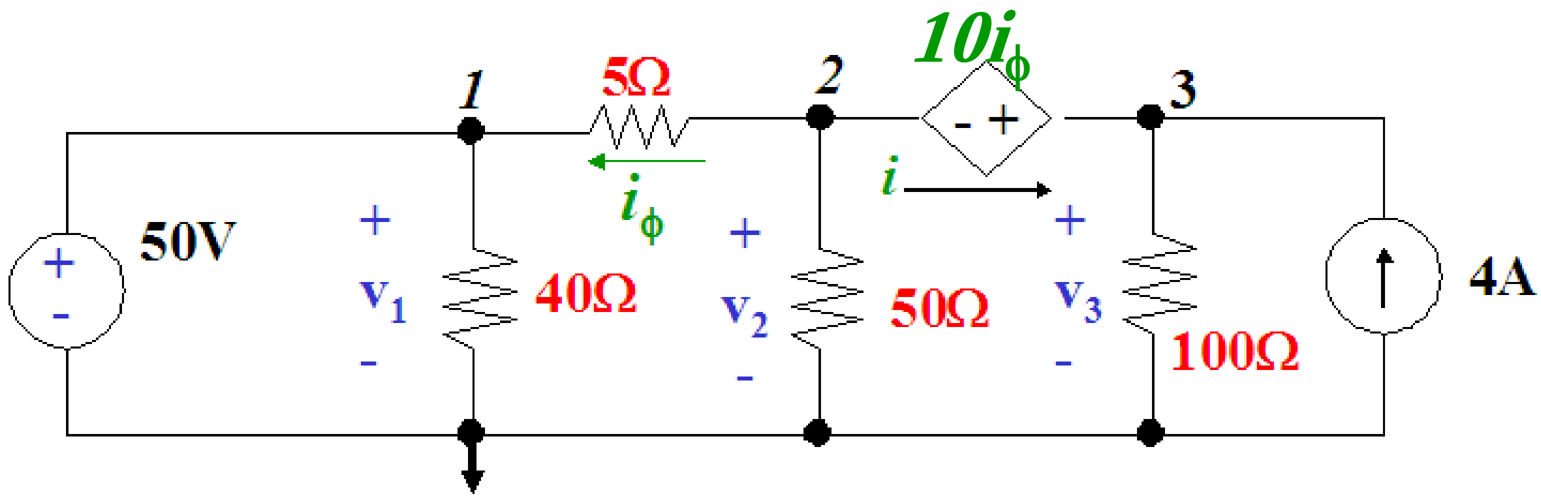
$$V_2 = 10^V$$

ابرگره

- در بعضی موارد هنگام استفاده از روش ولتاژ-گره، منبع ولتاژی بین دو گره اصلی واقع می‌شود. در چنین مواردی با تعریف ابرگره، رابطهٔ KCL را برای آن می‌نویسیم.



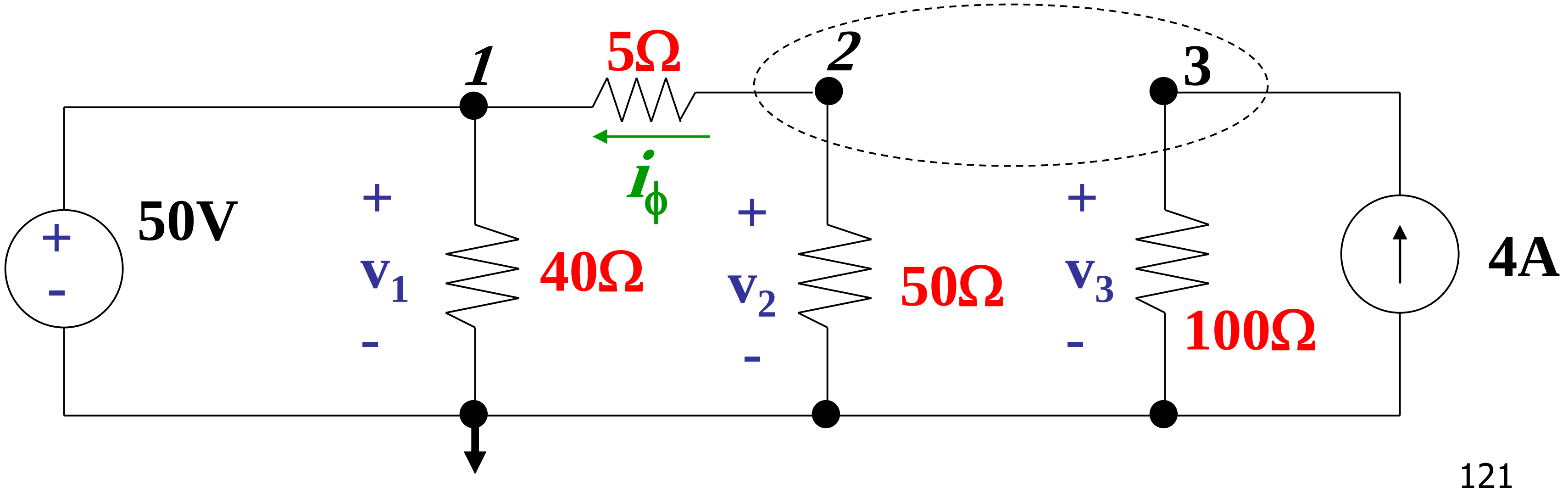
- گره‌های اصلی را شماره‌گذاری می‌نماییم و همانگونه که دیده می‌شود بین گره‌های ۲ و ۳ یک منبع ولتاژ قرار دارد که جریان آن نامشخص است. در اینگونه موارد یک ابرگره تعریف می‌کنیم.



KCL 1: $$\frac{v_2 - v_1}{5} + \frac{v_2}{50} + \frac{v_3}{100} - 4 = 0$$

$$v_3 = v_2 + 10 i_\phi$$

$$i_\phi = \frac{v_2 - 50}{5}$$



از طرفی مقدار ولتاژ $V_1=50$ می‌باشد و بنابراین می‌توان دستگاه معادلات را حل کرد.

$V_1=50$

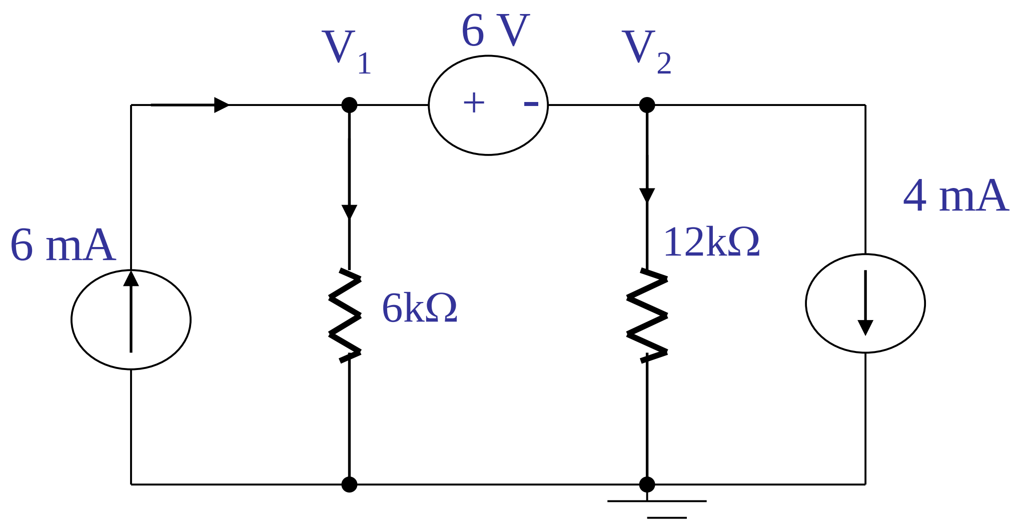
$V_2=60$

$V_3=80$

$\mathbf{i}_{\phi}=2$

مثال از ابرگره

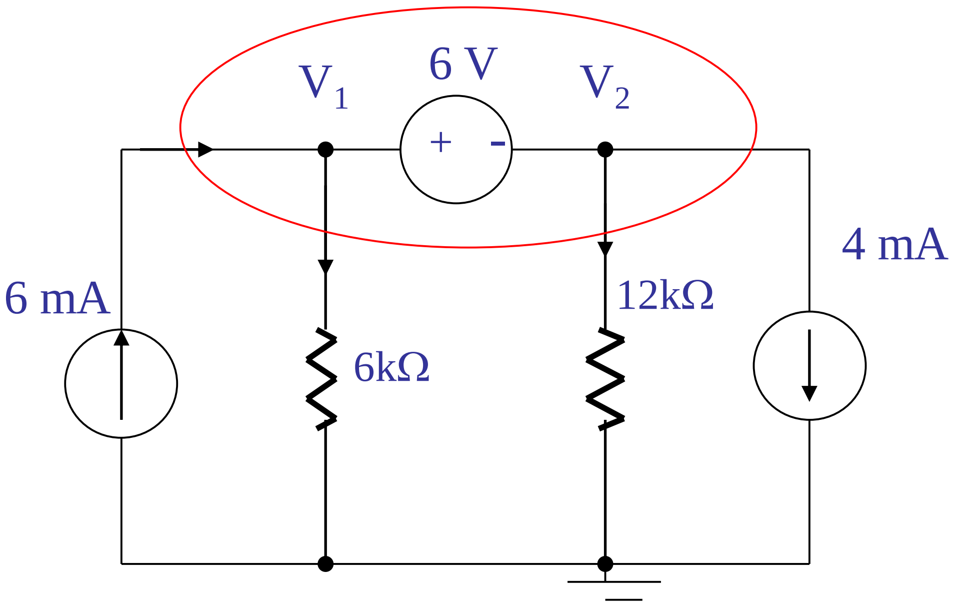
- در مدار زیر با استفاده از روش ولتاژ-گره مقادیر ولتاژهای V_1 و V_2 را بدست آورید.



حل

- همانگونه که دیده می‌شود بین دو گره که هیچیک گره مبنا نمی‌باشد، یک منبع ولتاژ قرار گرفته است. برای حل این مثال از ابرگره استفاده می کنیم.
- ۱- با کشیدن یک دایره به دور گره های شماره ۱ و ۲ یک ابرگره مشخص می کنیم.
- ۲- رابطه ای بین مقادیر ولتاژهای گره های مربوط به ابرگره و منبع ولتاژ می نویسیم.
- ۳- برای ابرگره معادلهٔ KCL را می‌نویسیم.

- ۴- معادلات نوشته شده را مرتب کرده و دستگاه معادلات را حل می‌کنیم.



$$V_1 - V_2 = 6$$

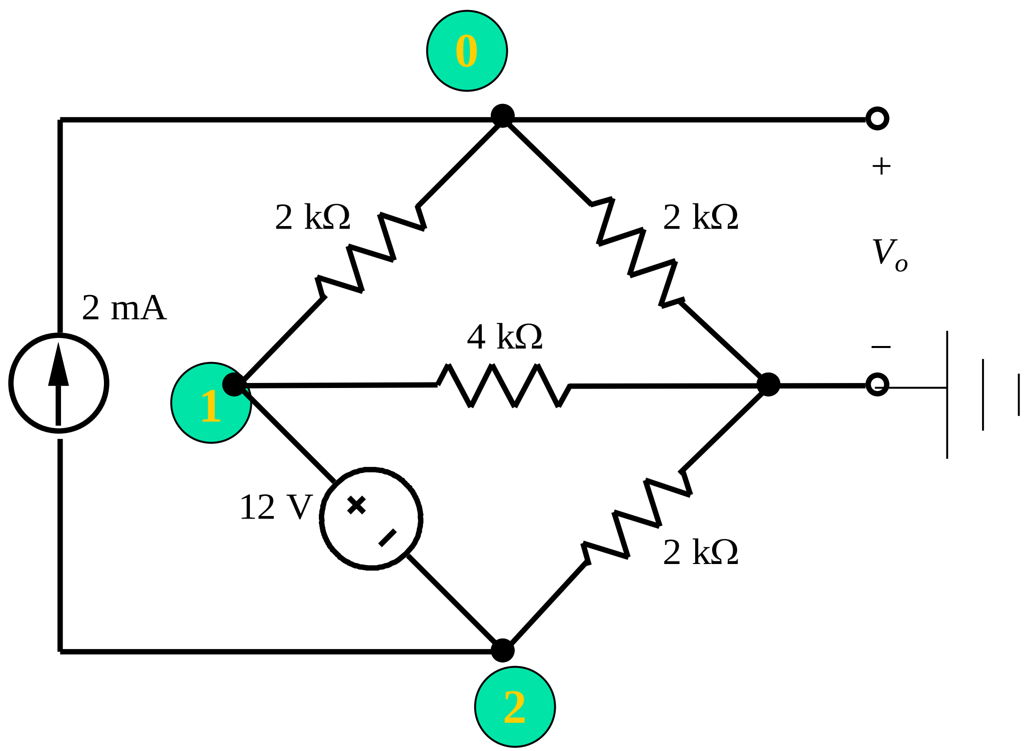
$$-6mA + \frac{V_1}{6k} + \frac{V_2}{12k} + 4mA = 0$$

$V_1 = 10^V$

$V_2 = 4^V$

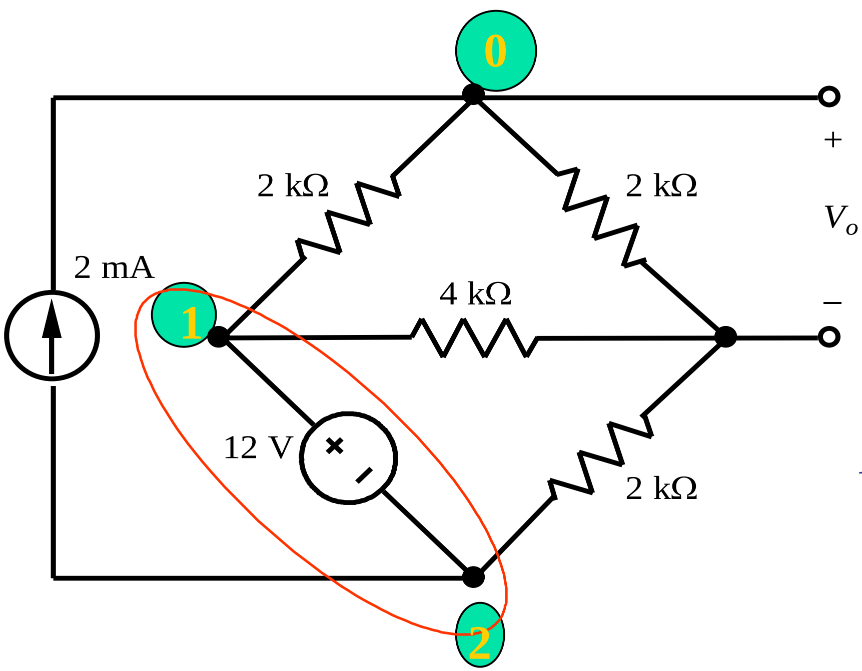
مثال از ابرگره

- در مدار زیر با استفاده از روش ولتاژ-گره مقادیر ولتاژهای گره‌های نشان داده شده را بدست آورید.



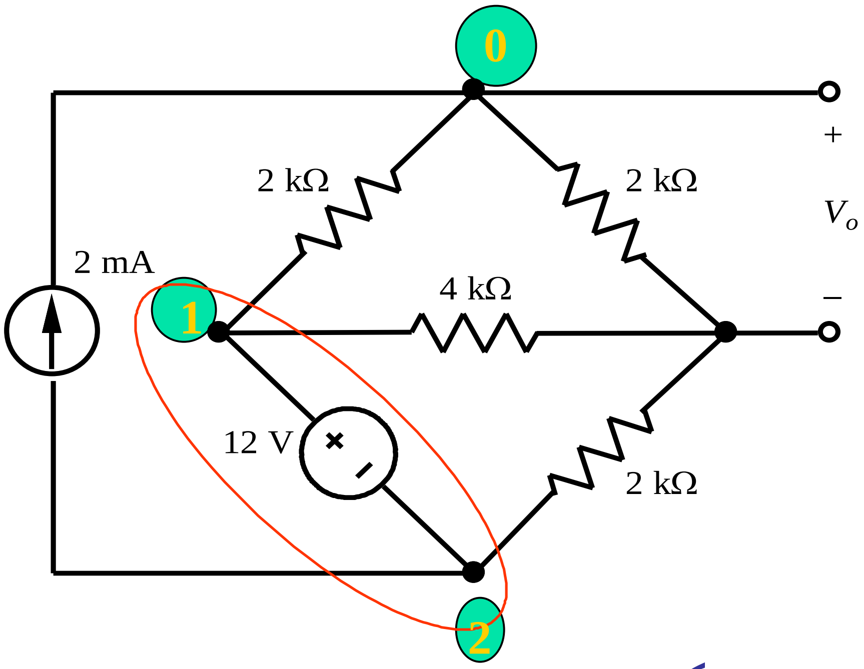
حل

- پس از مشخص کردن ابرگره، روابط KCL را می‌نویسیم:



$$V_1 - V_2 = 12$$

At node 0: $$\frac{V_o - V_1}{2\ \mathrm{k\Omega}} + \frac{V_o}{2\ \mathrm{k\Omega}} - 2\ \mathrm{mA} = 0$$



$$2V_o - V_1 = 4$$

در ابر گره

$$\frac{V_1 - V_o}{2\text{ k}\Omega} + \frac{V_1}{4\text{ k}\Omega} + \frac{V_2}{2\text{ k}\Omega} + 2\text{ mA} = 0$$

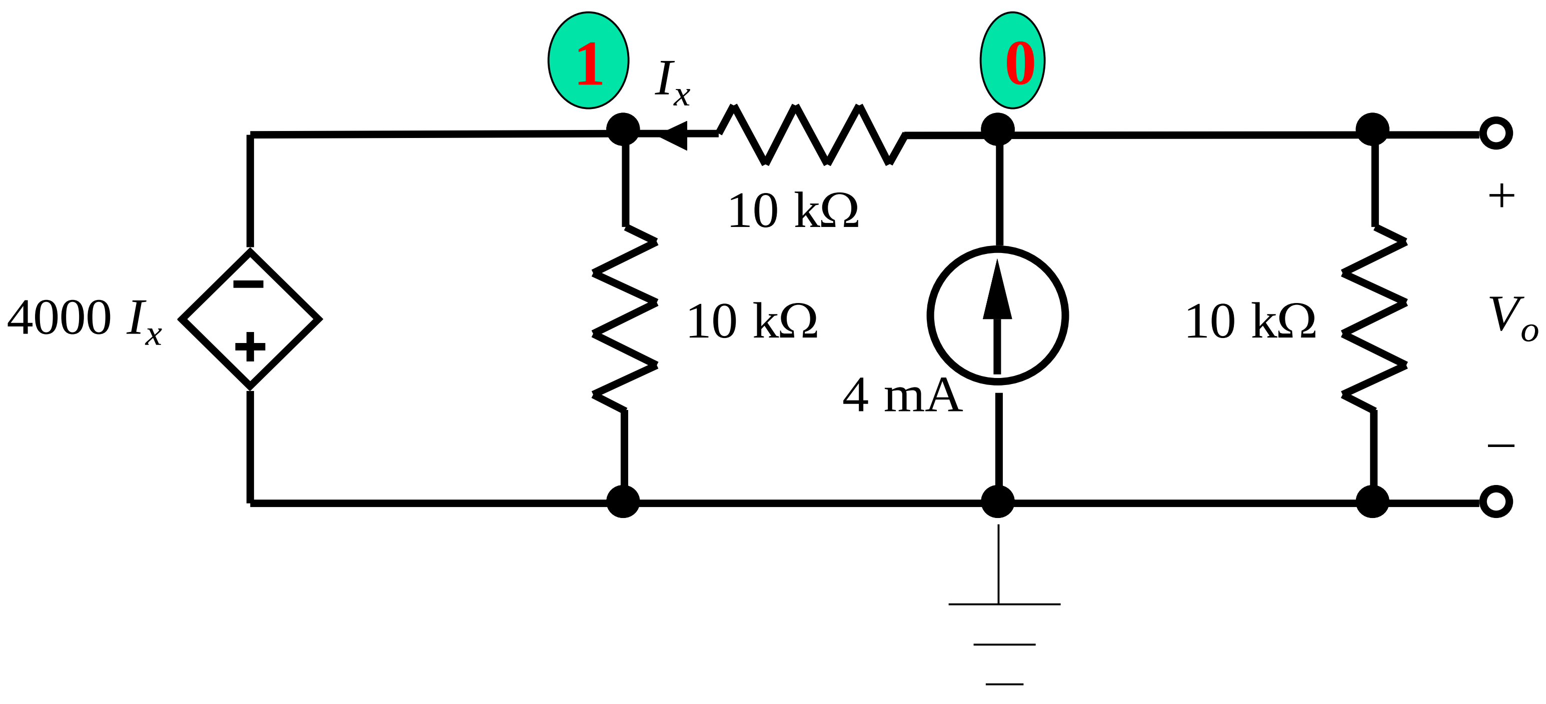
$$-2V_o + 3V_1 + 2V_2 = -8$$

- و نهایتاً مقادیر ولتاژها بصورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_o \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 4 \\ -8 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5 \\ 5.0 \\ -7.0 \end{bmatrix}}$$

مثال از منابع وابسته

- در مدارزیر ولتاژ گره‌های مشخص شده را با استفاده از روش ولتاژ-گره بدست آورید.



حل

- اگرچه به گره شماره ۱ یک منبع ولتاژ متصل است و نمی‌توان رابطه KCL نوشت، ولی می‌توان رابطهٔ دیگری نوشت:

در گره شماره 1 $\quad V_1 = -4000 I_x \quad \Rightarrow \quad V_1 + 4000 I_x = 0$

در گره شماره 0 $\quad \dfrac{V_o - V_1}{10\ \mathrm{k\Omega}} - 4\ \mathrm{mA} + \dfrac{V_o}{10\ \mathrm{k\Omega}} = 0 \Rightarrow \quad 2V_o - V_1 = 40$

- رابطهٔ سوم با توجه به شکل مسأله بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$I_x = \frac{V_o - V_1}{10\ \mathrm{k}\Omega} \quad \Rightarrow \quad V_o - V_1 - 10000 I_x = 0$$

روابط بالا را مرتب کرده و آنها را حل می‌کنیم:

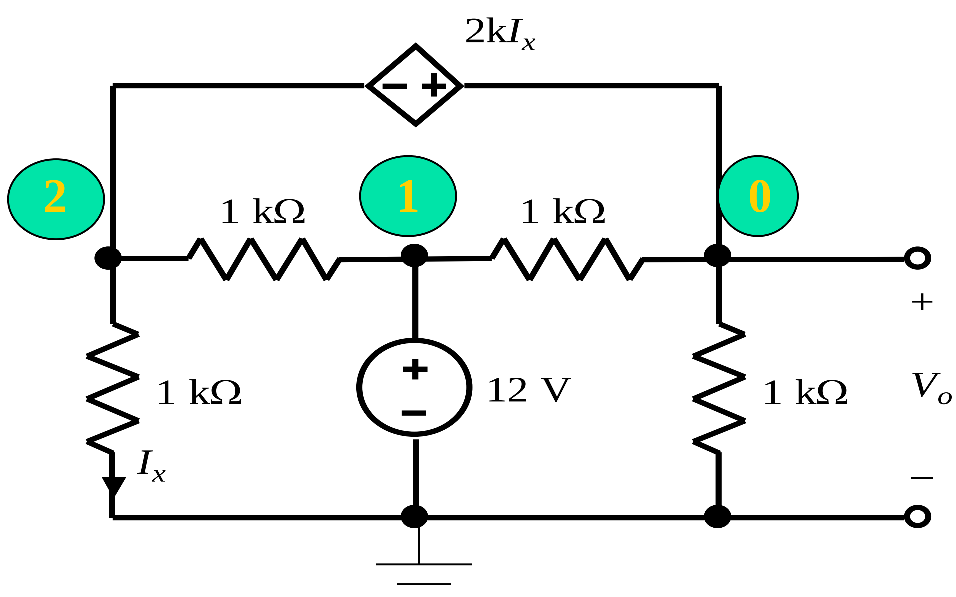
- جوابها بصورت زیر بدست می آیند:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4000 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -10000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_o \\ V_1 \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 40 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{bmatrix} V_o \\ V_1 \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15V \\ -10V \\ 2.5mA \end{bmatrix}}$$

مثال

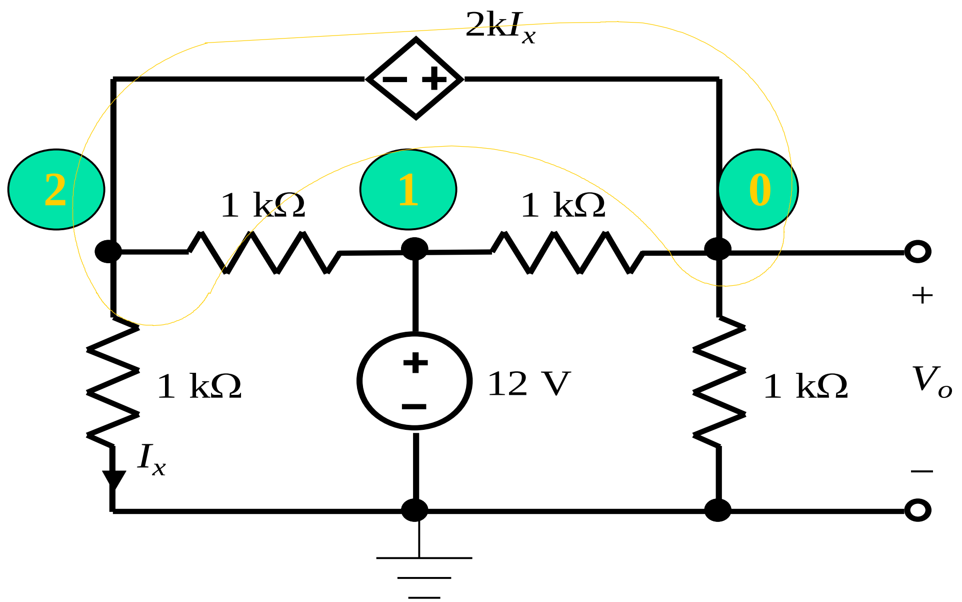
- در مدار زیر مقادیر ولتاژها را با استفاده از روش ولتاژ-گره بدست آورید:



حل

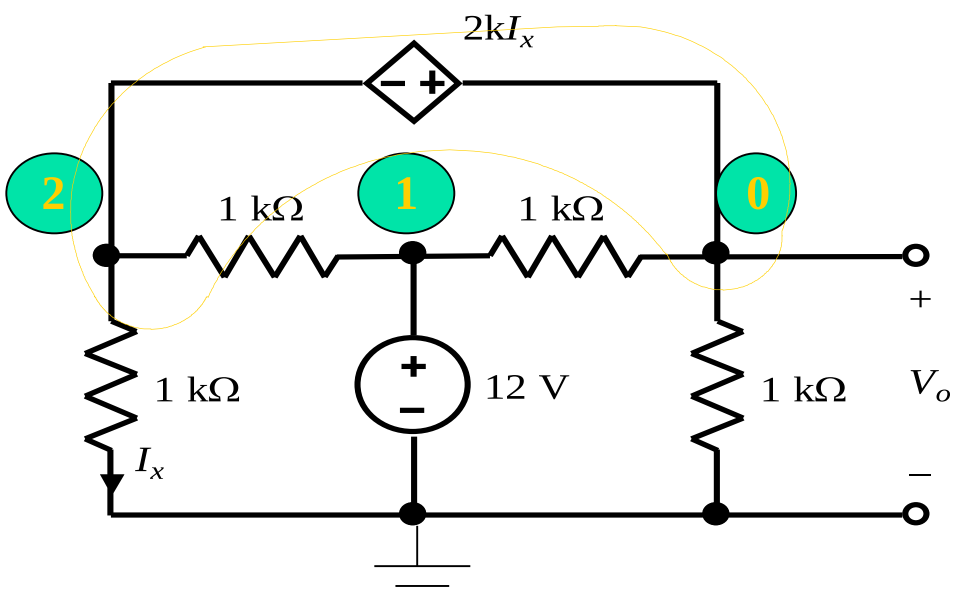
- ابتدا ابرگره را مشخص می‌کنیم و سپس روابط KCL را می‌نویسیم:

$$\frac{V_2 - V_1}{1\ \text{k}\Omega} + \frac{V_2}{1\ \text{k}\Omega} + \frac{V_o - V_1}{1\ \text{k}\Omega} + \frac{V_o}{1\ \text{k}\Omega} = 0$$

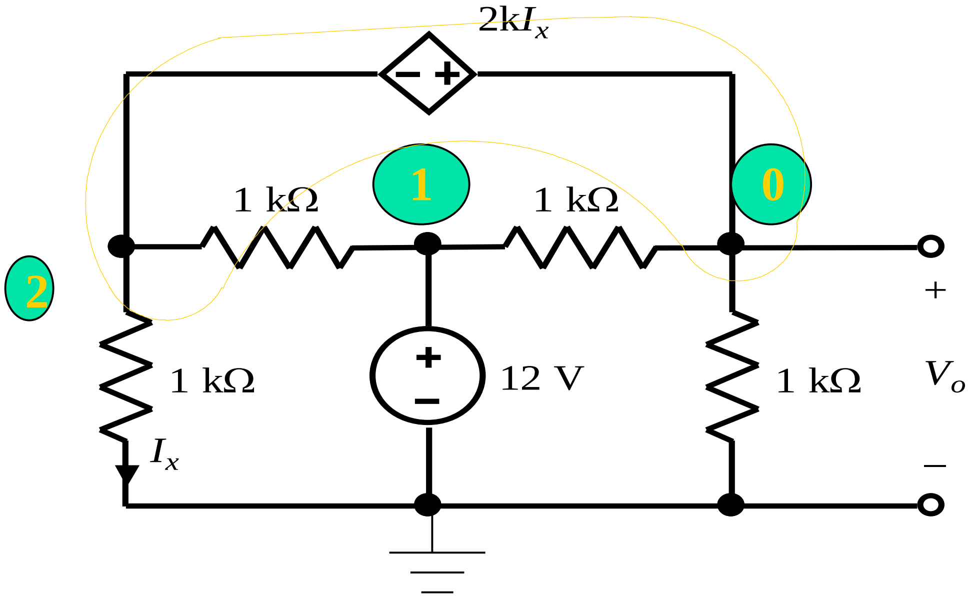


- همچنین برای داخل ابرگره و با توجه به منبع ولتاژ وابسته می‌توان نوشت:

$$V_o - V_2 = 2\text{k}I_x \quad \Rightarrow \quad V_o - V_2 - 2\text{k}I_x = 0$$



■ رابطهٔ‌دیگر با توجه به موقعیت منبع ولتاژ مستقل ۱۲ ولتی نوشته می‌شود:



$V_1=12^v$

- با مرتب کردن روابط فوق ماتریس زیر بدست می آید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2000 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_o \\ V_1 \\ V_2 \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- از حل روابط فوق مقادیر ولتاژها بدست می آیند:

$$\begin{bmatrix} V_o \\ V_1 \\ V_2 \\ I_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.0V \\ 12.0V \\ 3.0V \\ 3mA \end{bmatrix}$$

روش جریان-خانه

روش جریان-خانه

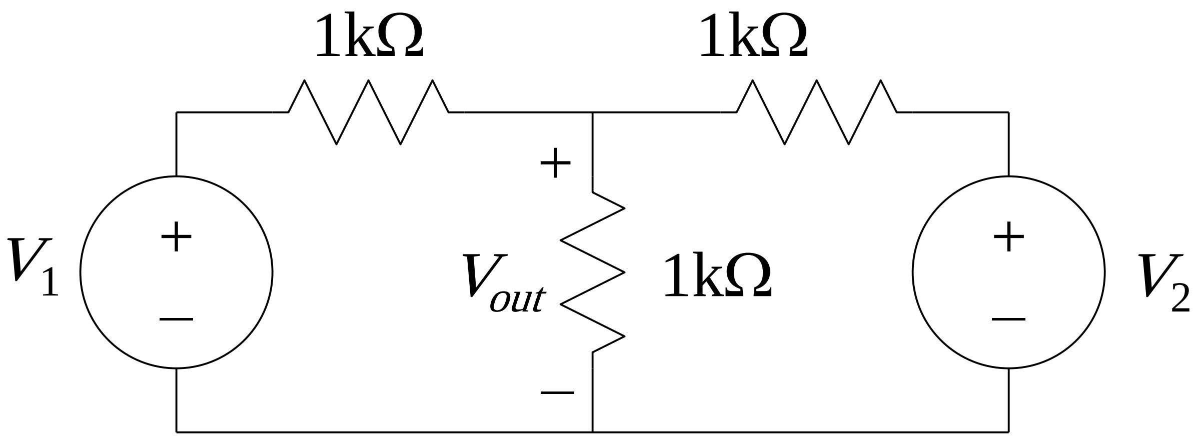
- روش جریان-خانه تکنیک دیگری است که برای حل مدارهای الکتریکی می‌توان از آن استفاده کرد. اساس کار بر معادلات KVL است و متغیرهای بکار رفته درمعادلات از جنس جریان هستند.
- *حلقه* **(*Loop*)**: هر مسیر بسته در مدار الکتریکی را گویند.
- *خانه* **(*Mesh*)**: کوچکترین حلقه که نمی‌توان داخل آن حلقهٔ دیگری مشخص کرد.

مراحل روش جریان-خانه

- ۱-مشخص کردن همهٔ خانه‌ها (مش‌ها).
- ۲-اختصاص جریان به هر خانه.
- ۳-اعمال قانون KVL به هریک ازخانه‌ها بر اساس جریانهای مشخص شده برای خانه‌ها.
- ۴-حل معادلات بدست آمده و یافتن مقادیر جریان خانه‌ها.
- ۵-استفاده از مقادیر جریان خانه‌ها برای یافتن جریان شاخه‌ها.

مثال از جریان-خانه

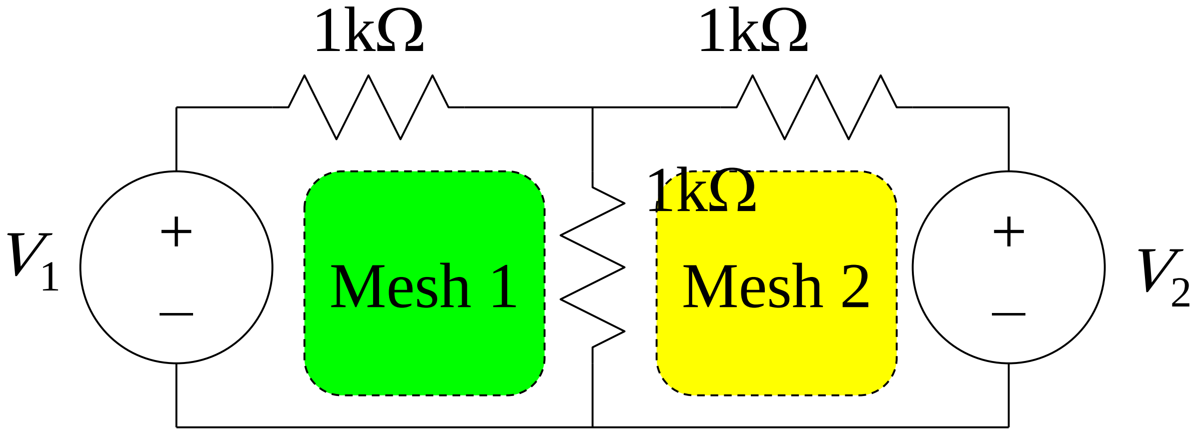
- با استفاده از روش جریان-خانه، ولتاژ V_{out} را در مدار زیر بدست آورید.



حل

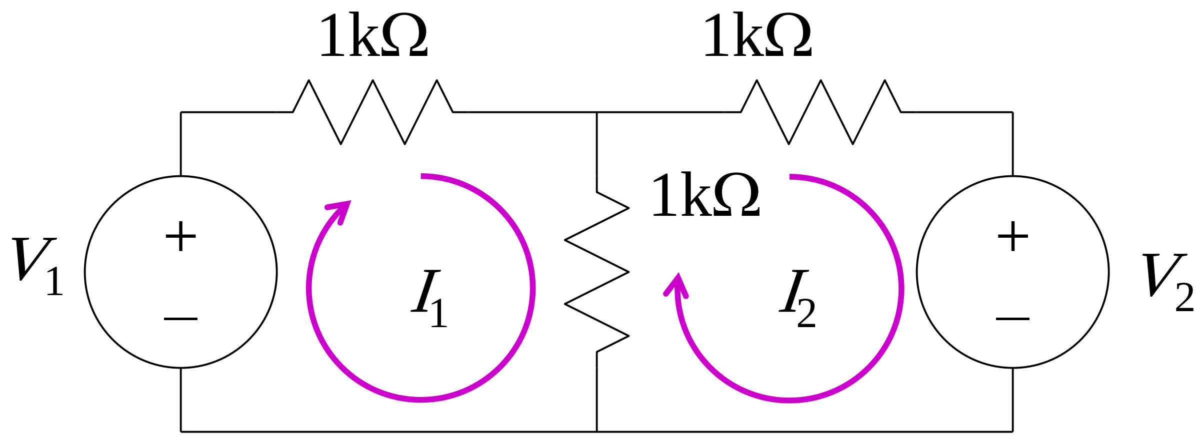
- ۱-مشخص کردن همهٔ خانه‌ها (مش‌ها).
- ۲-اختصاص جریان به هر خانه.
- ۳-اعمال قانون KVL به هریک ازخانه‌ها بر اساس جریانهای مشخص شده برای خانه‌ها.
- ۴-حل معادلات بدست آمده و یافتن مقادیر جریان خانه‌ها.
- ۵-استفاده از مقادیر جریان خانه‌ها برای یافتن جریان شاخه‌ها.

- کلاً دو خانه می‌توان برای مدار تعریف کرد:



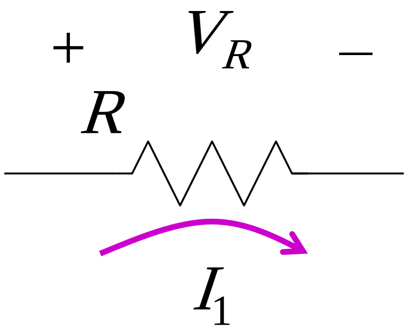
- ۱-مشخص کردن همهٔ خانه‌ها (مش‌ها).
- ۲-اختصاص جریان به هر خانه.
- ۳-اعمال قانون KVL به هریک ازخانه‌ها بر اساس جریانهای مشخص شده برای خانه‌ها.
- ۴-حل معادلات بدست آمده و یافتن مقادیر جریان خانه‌ها.
- ۵-استفاده از مقادیر جریان خانه‌ها برای یافتن جریان شاخه‌ها.

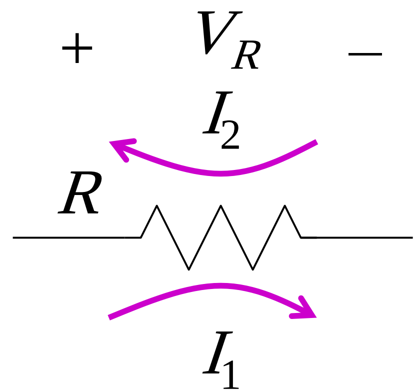
- جریان خانه‌های I_1 و I_2 برای مدار تعریف می‌شوند.



- ۱-مشخص کردن همهٔ خانه‌ها (مش‌ها).
- ۲-اختصاص جریان به هر خانه.
- ۳-اعمال قانون KVL به هریک ازخانه‌ها بر اساس جریانهای مشخص شده برای خانه‌ها.
- ۴-حل معادلات بدست آمده و یافتن مقادیر جریان خانه‌ها.
- ۵-استفاده از مقادیر جریان خانه‌ها برای یافتن جریان شاخه‌ها.

- نحوهٔ نوشتن روابط KVL با توجه به جهت جریانها و بصورت زیر است.

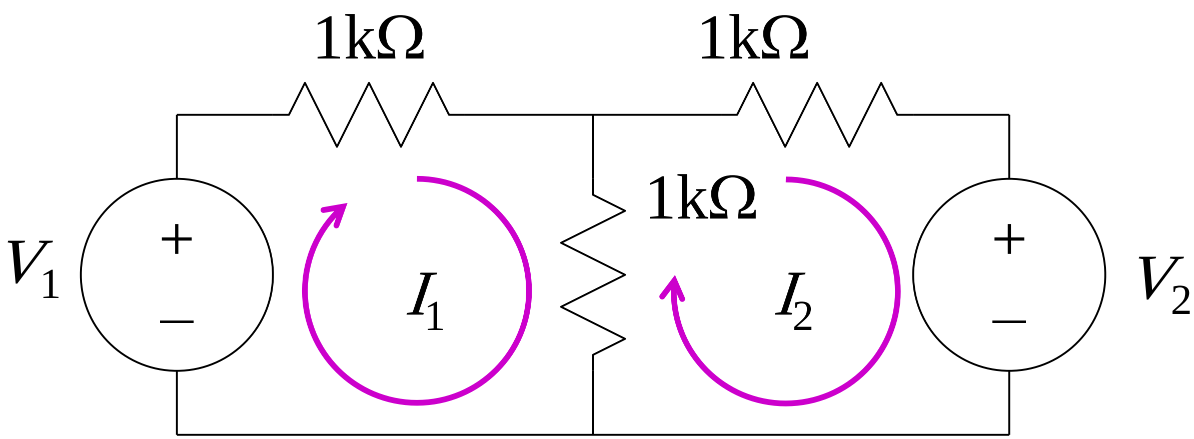




$$V_R = I_1 \ R$$

$$V_R = (I_1 - I_2) \ R$$

- توجه: در حین نوشتن روابط KVL برای هر حلقه، اگر به مثبت منبع ولتاژ وارد شویم از علامت مثبت و اگر از طرف منفی وارد شویم، از علامت منفی استفاده می‌کنیم.



KVL1: $-V_1 + I_1\,1k\Omega + (I_1 - I_2)\,1k\Omega = 0$

KVL 2: $(I_2 - I_1)\,1k\Omega + I_2\,1k\Omega + V_2 = 0$

- ۱-مشخص کردن همهٔ خانه‌ها (مش‌ها).
- ۲-اختصاص جریان به هر خانه.
- ۳-اعمال قانون KVL به هریک ازخانه‌ها بر اساس جریانهای مشخص شده برای خانه‌ها.
- ۴-حل معادلات بدست آمده و یافتن مقادیر جریان خانه‌ها.
- ۵-استفاده از مقادیر جریان خانه‌ها برای یافتن جریان شاخه‌ها.

- معادلات بالا را می‌توان بفرم ماتریسی زیر تبدیل کرده و سپس آنها را حل نمود.

$$\begin{bmatrix} 1\text{k}\Omega + 1\text{k}\Omega & -1\text{k}\Omega \\ -1\text{k}\Omega & 1\text{k}\Omega + 1\text{k}\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix}$$

- اگر مقادیر $V_1=7^V$ و $V_2=4^V$ را برای منابع در نظر بگیریم، جواب دستگاه معادلات بصورت زیر خواهد شد:

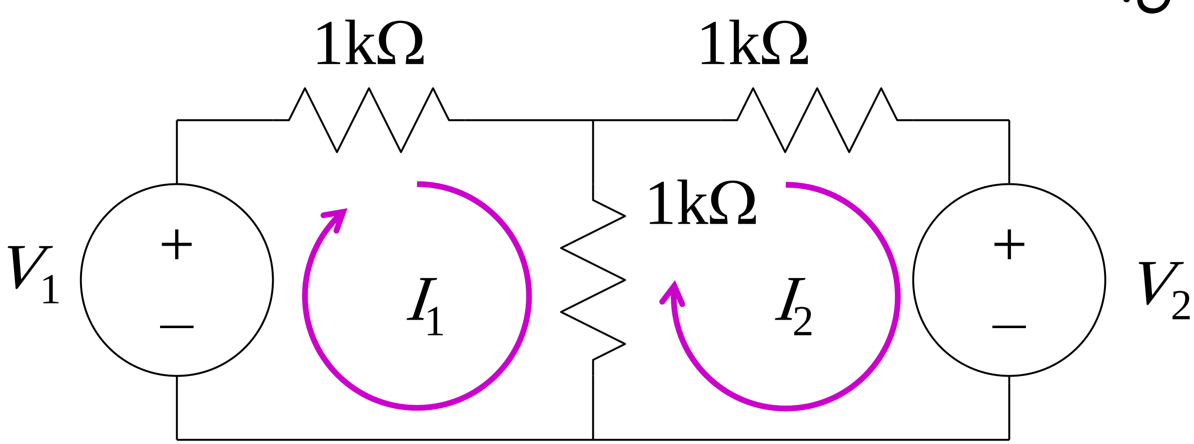
$$I_1 = 3.33\ ^{mA}$$
$$I_2 = -0.33\ ^{mA}$$

این جریانها مقادیر جریان خانه‌ها هستند. حال جریان مقاومت وسط را یافته و از روی آن V_{out} را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{out} = (I_1 - I_2)\ 1k\Omega = 3.66^V$$

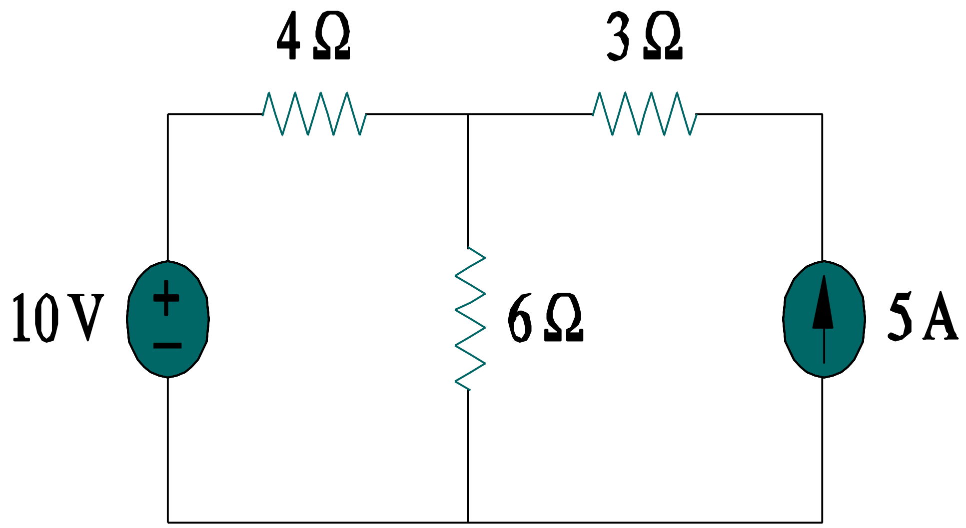
- ۱-مشخص کردن همهٔ خانه‌ها (مش‌ها).
- ۲-اختصاص جریان به هر خانه.
- ۳-اعمال قانون KVL به هریک ازخانه‌ها بر اساس جریانهای مشخص شده برای خانه‌ها.
- ۴-حل معادلات بدست آمده و یافتن مقادیر جریان خانه‌ها.
- ۵-استفاده از مقادیر جریان خانه‌ها برای یافتن جریان شاخه‌ها.

با توجه به شکل زیرمی‌توان کلیه جریانهای المانها را بدست آورد. جریان مقاومت $1k\Omega$ سمت چپ برابر با I_1 و 3.33^{mA} میباشد. همچنین جریان مقاومت $1k\Omega$ سمت راست برابر با I_2 و -0.33^{mA} می‌باشد. جریان مقاومت میانی نیز برابر $I_1-I_2=3.66^{mA}$ می‌باشد.



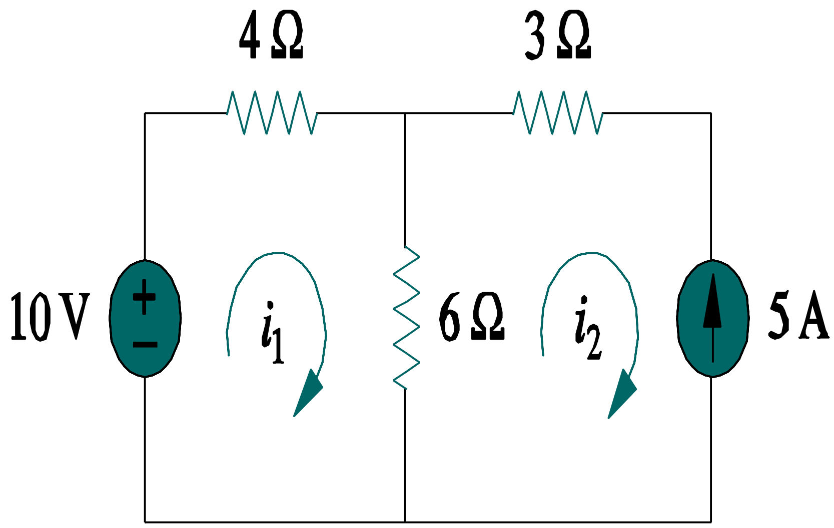
مثال از جریان-خانه

- در بعضی از موارد مانند مدار زیر، منابع جریان مستقل یا وابسته وجود دارند. برای حل این نوع مسائل باید با توجه به شکل معادلات دیگری نیز اضافه نمود.



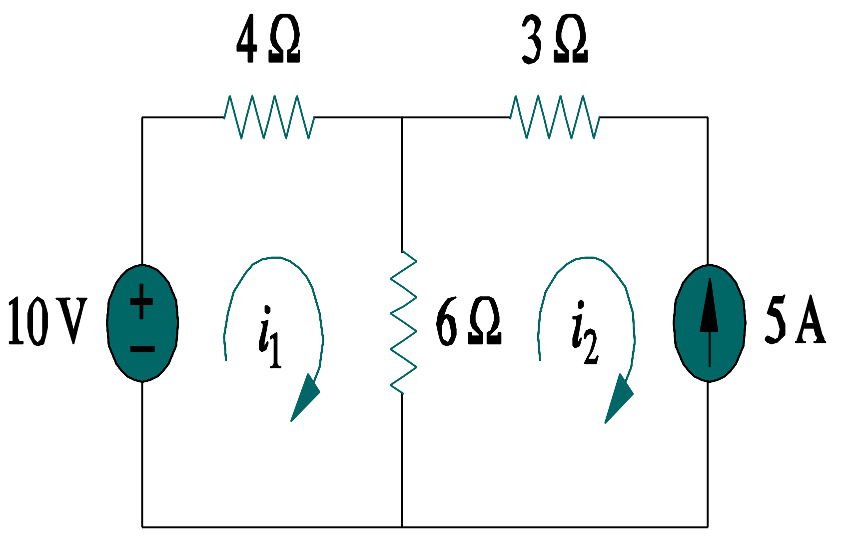
حل

- برای هر خانه یک جریان مشخص کرده و روابط مربوطه را می‌نویسیم:
- KVL 1: $-10+4\, i_1+6(i_1-i_2)=0$



- همانگونه که دیده میشود نمی‌توان برای حلقهٔ دوم رابطهٔ مناسبی نوشت، زیرا ولتاژ دو سر منبع جریان نامشخص است. در عوض با توجه به شکل مدار می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

- $i_2=-5$



با استفاده از دو رابطهٔ بالا بدست می آید:

- $i_1=-2^A$

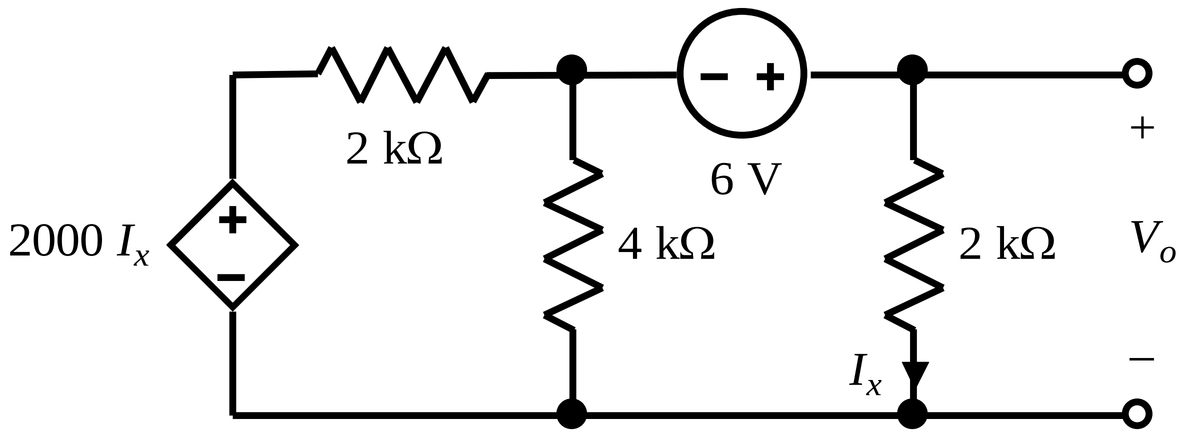
و جریان مقاومت وسط برابر با

- $i_1-i_2=-2+5=3^A$

از بالا به پایین می‌باشد.

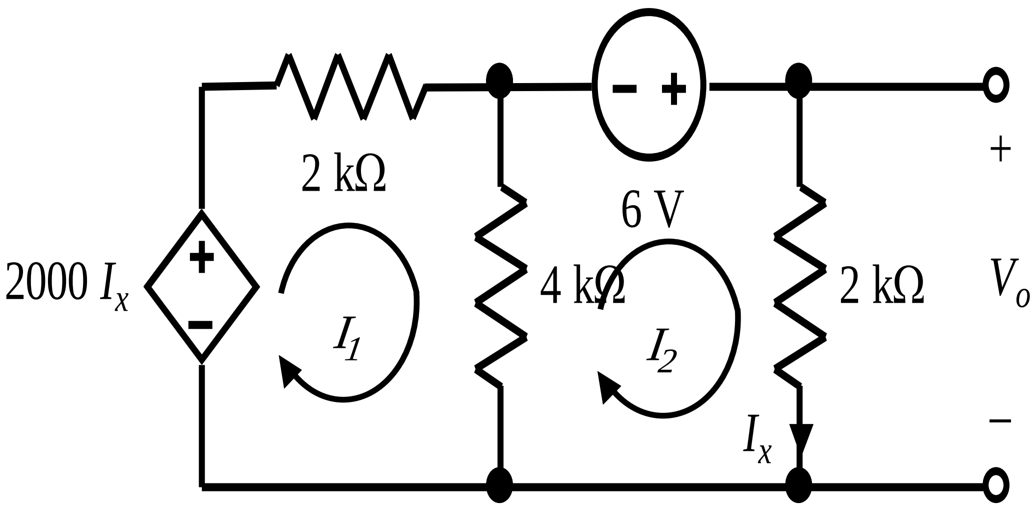
مثال از جریان خانه

- مدار زیر را با استفاده از روش جریان-خانه حل کنید:



حل

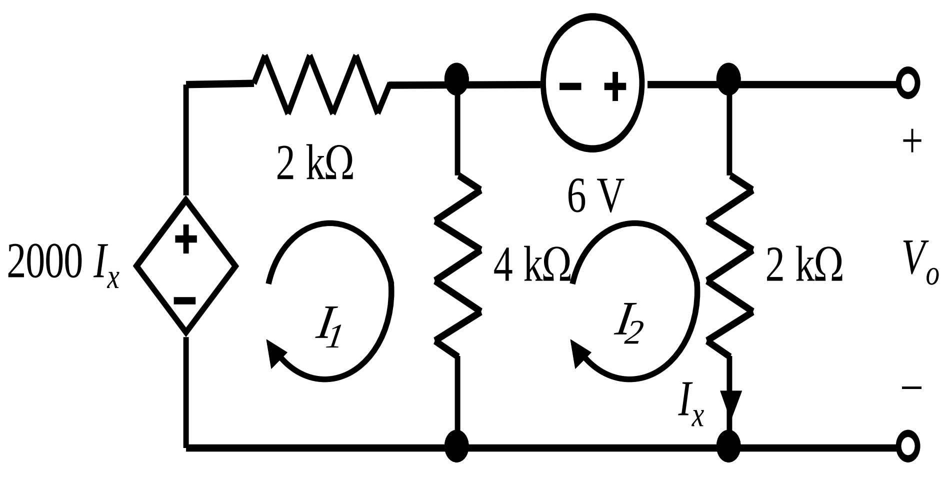
- برای حل مسأله دو خانه برای مدار تعریف کرده، جریانهای آنها را نامگذاری می‌کنیم و سپس مدار را حل می‌کنیم.



- برای هر حلقه روابط KVL را بصورت زیر می‌نویسیم:

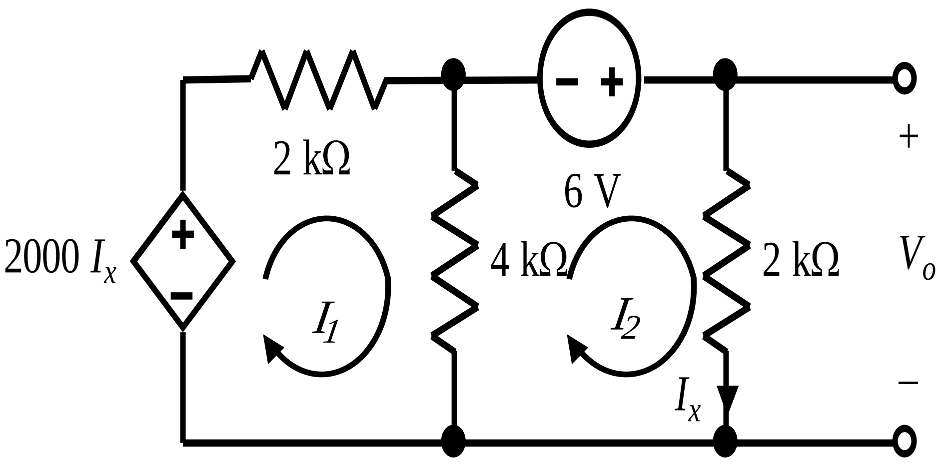
KVL در خانه 1 : $-2000\,I_x + (2\text{ k}\Omega)I_1 + (4\text{ k}\Omega)(I_1 - I_2) = 0$ (1)

KVL در خانه 2 : $-(6\text{ V}) + (2\text{ k}\Omega)I_2 + (4\text{ k}\Omega)(I_2 - I_1) = 0$ (2)



■ از طرفی ازروی شکل می‌توان رابطه دیگری هم نوشت:

$$I_x = I_2 \qquad (3)$$

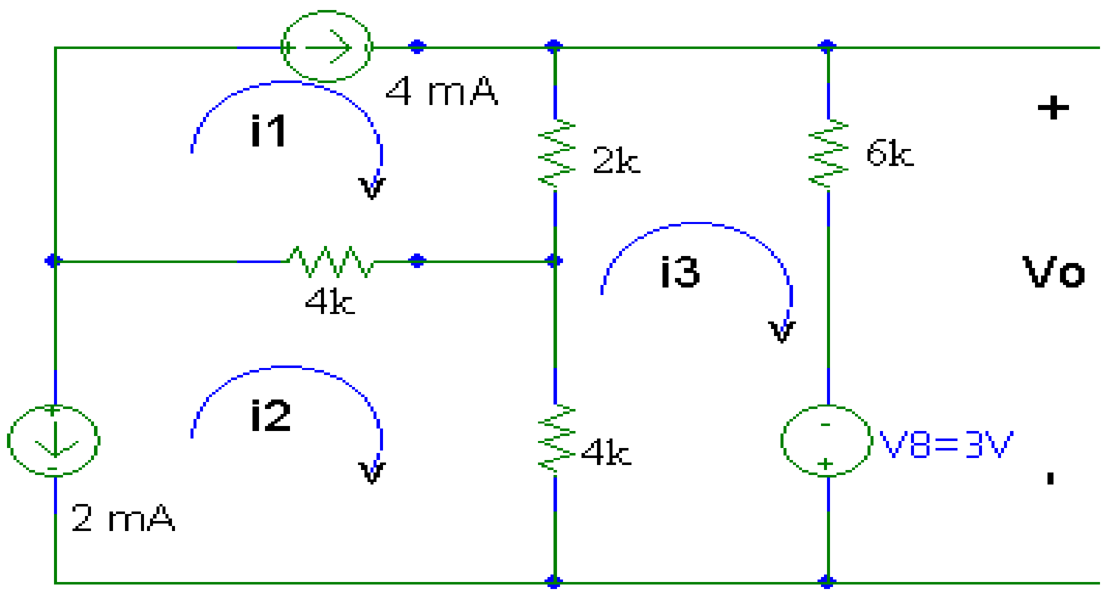


- با حل این معادلات جوابها بصورت زیر بدست می آیند:

$$\boxed{I_1 = 3\ mA \quad I_2 = 3\ mA \quad I_x = 3\ mA}$$

مثال از جریان-خانه

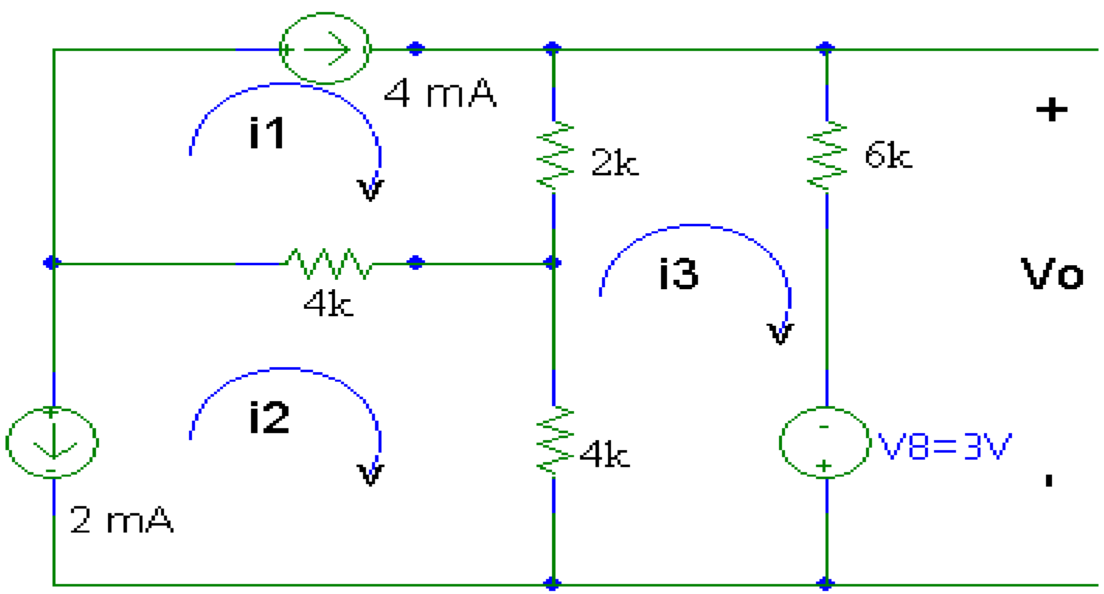
- در مدار زیر با استفاده از روش جریان-خانه جریان مقاومتها را محاسبه کنید.



حل

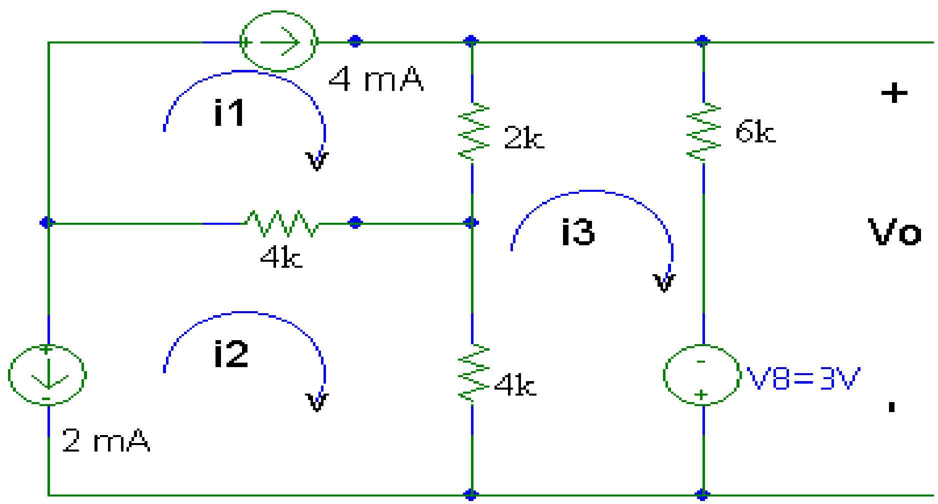
- با توجه به صورت سوال متوجه می‌شویم که جریانهای i_1 و i_2 دقیقاً همان جریانهای منابع جریان مستقل هستند. بنابراین:

$i_1=4^{mA}$ $i_2=-2^{mA}$



با استفاده از شکل، رابطهٔ KVL را برای خانه شماره ۳ می‌نویسیم:

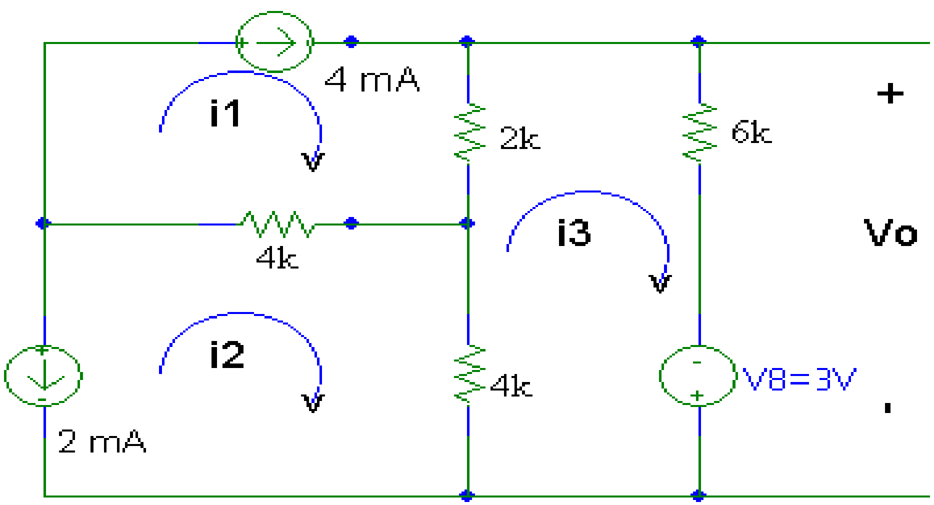
$$4000(i_3-i_2) + 2000(i_3-i_1)+6000i_3-3 = 0$$



- از مقادیر i_1 و i_2 استفاده کرده و i_3 را نیز محاسبه می‌کنیم:

$i_3=0.25^{mA}$

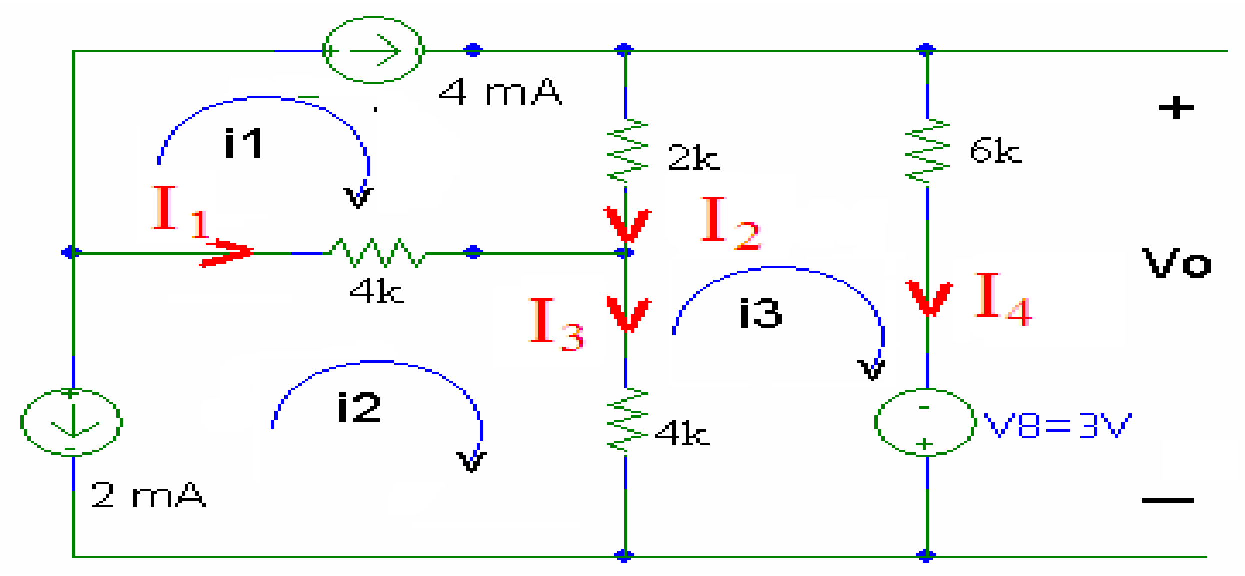
$Vo = 6000i3 - 3 = -1.5\ V$



- حال با داشتن مقادیر جریان خانه‌ها، جریانهای مقاومتها را محاسبه می‌کنیم:

$I_1=i_2-i_1=-2-4=-6^{mA}$

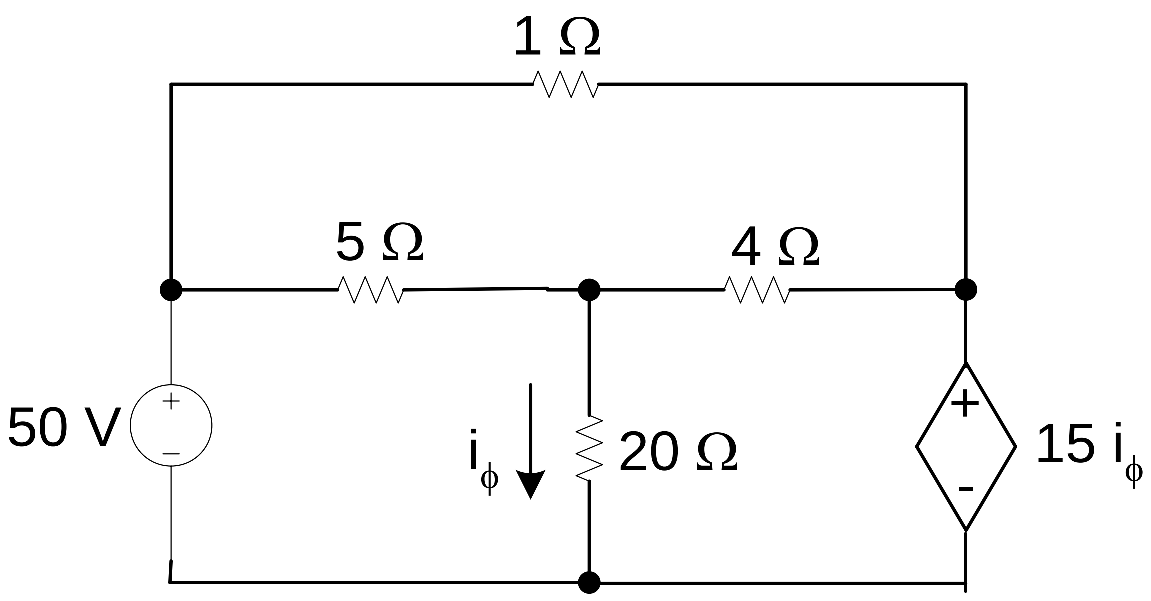
$I_2=i_1-i_3=4-0.25=3.75^{mA}$ $I_3=i_2-i_3=-2-0.25=-2.25^{mA}$



$I_4=i_3=0.25^{mA}$

مثال از جریان-خانه

- در مدار زیر با استفاده از روش جریان-خانه مقدار جریان مقاومت ۱Ω را بدست آورید.

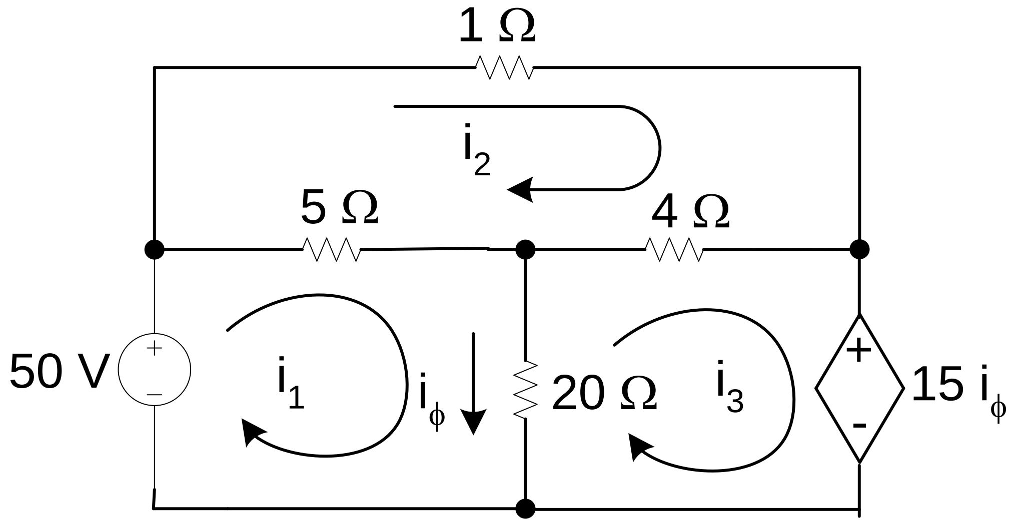


حل

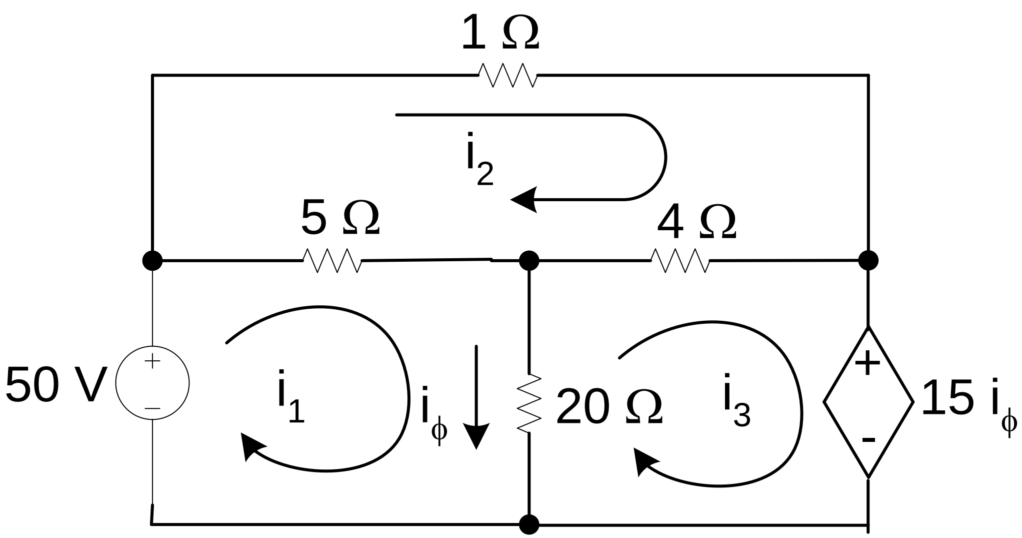
- ابتدا برای هر خانه جریانی مشخص کرده و روابط KVL را می‌نویسیم.

$KVL\ 1: 5(i_1 - i_2) + 20(i_1 - i_3) - 50 = 0$

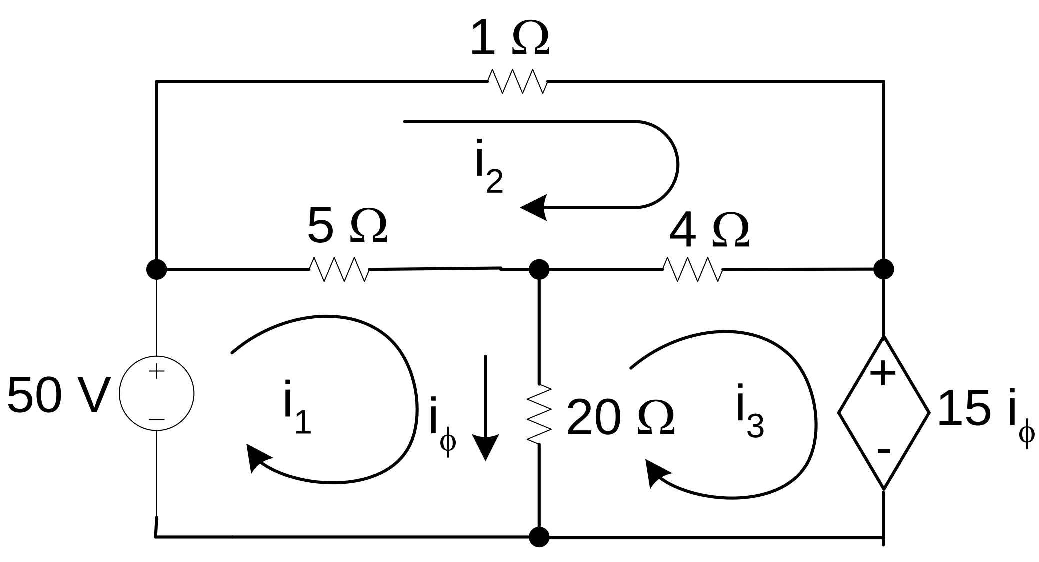
$KVL\ 2: 5(i_2 - i_1) + 1i_2 + 4(i_2 - i_3) = 0$



KVL 3: $20(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) + 15i_\phi = 0$



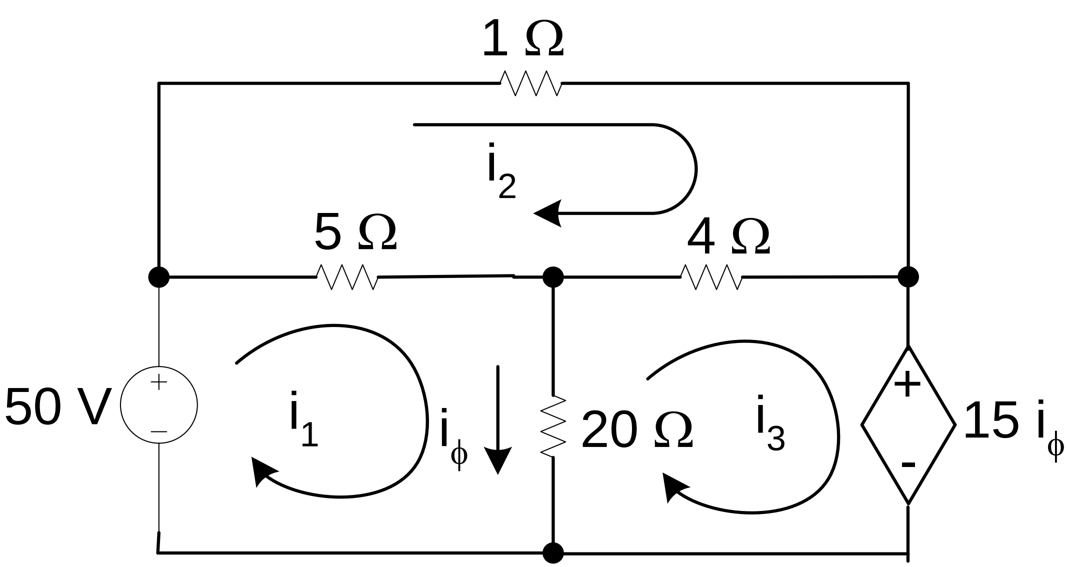
- همچنین از روی شکل می‌توان نوشت: $i_\Phi = i_1 - i_3$



- از حل معادلات فوق مقادیرجریان خانه‌ها بدست می آید.

$i_1=29.6^{mA}$ $i_2=26^{mA}$ $i_3=28^{mA}$

- از آنجا که جریان مقاومت 1Ω همان جریان i_2 می‌باشد، مقدار آن برابر با 26^{mA} خواهد بود.



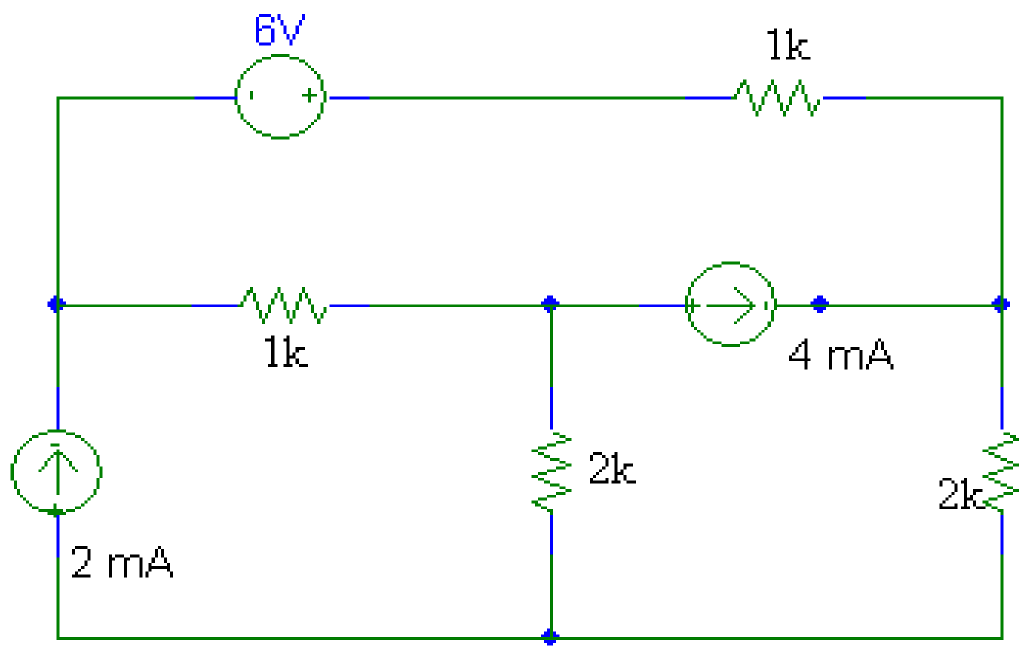
ابرخانه چیست؟

- در بعضی موارد قرارگرفتن منبع جریان مستقل یا وابسته در مرز مشترک بین دو خانهٔ مجاور باعث می‌شود که در روابط KVL نوشته شده برای خانه‌ها، یک متغیر اضافه وارد شود. بعلت نامشخص بودن ولتاژ دو سر منبع جریان، متغیری علاوه بر جریان خانه‌ها در معادلهٔ KVL وارد می‌شود.

برای رفع این مشکل، رابطهٔ KVL برای حلقه‌ای نوشته می‌شود که شامل همهٔ عناصر دو خانه، بدون منبع جریان مشترک بین آندو می‌باشد. به این حلقه که از حذف منبع جریان مشترک بین دو خانه حاصل می‌شود، ابرخانه گویند.

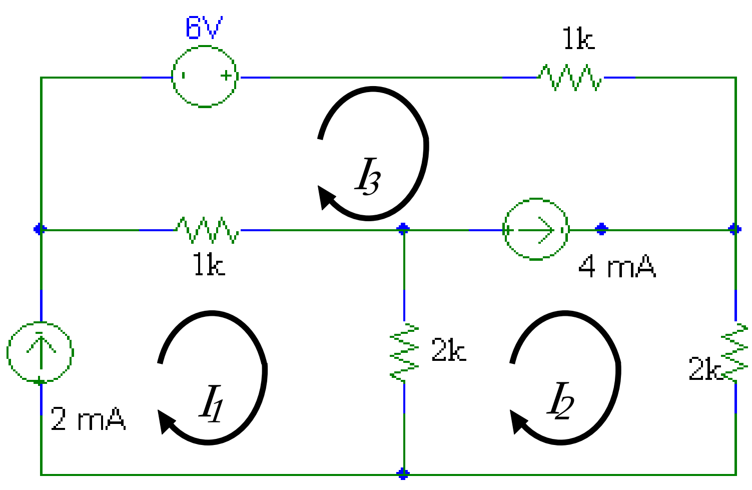
مثال از ابرخانه

- در مدار زیر با استفاده از روش جریان-خانه مشخص کنید که چقدر جریان از منبع ولتاژ می‌گذرد.



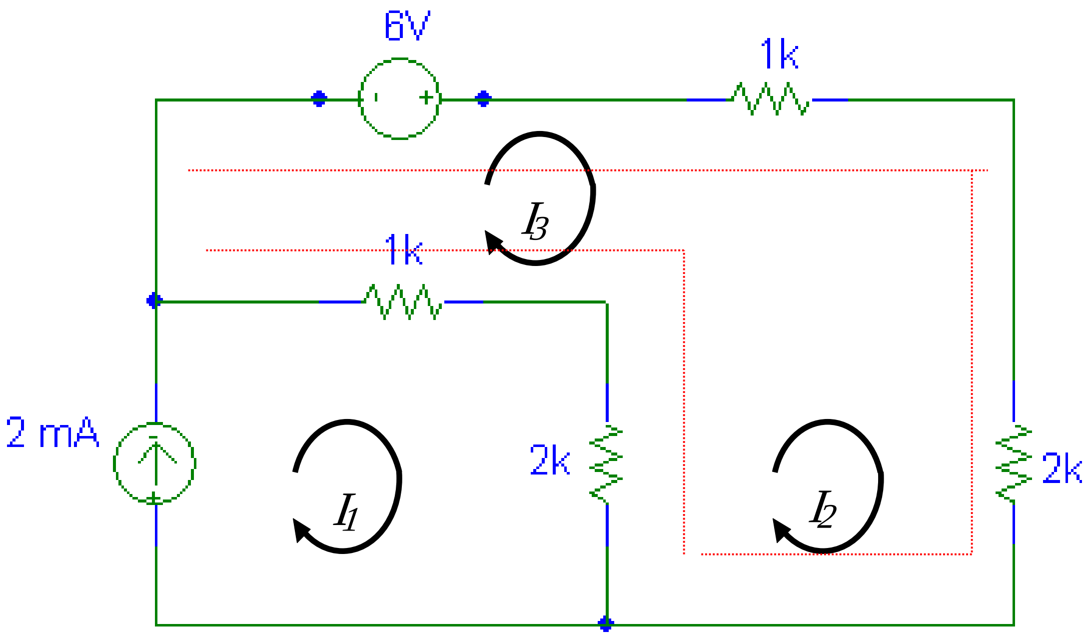
حل

- برای حل مسأله استفاده باید ابتدا جریان خانه‌ها را مشخص کرد. همانگونه که دیده می‌شود منبع جریان 4mA بین خانه‌های دوم و سوم مشترک است. بنابراین رابطهٔ KVL برای حلقه‌ای نوشته می‌شود که در آن منبع جریان مشترک حذف شده باشد.

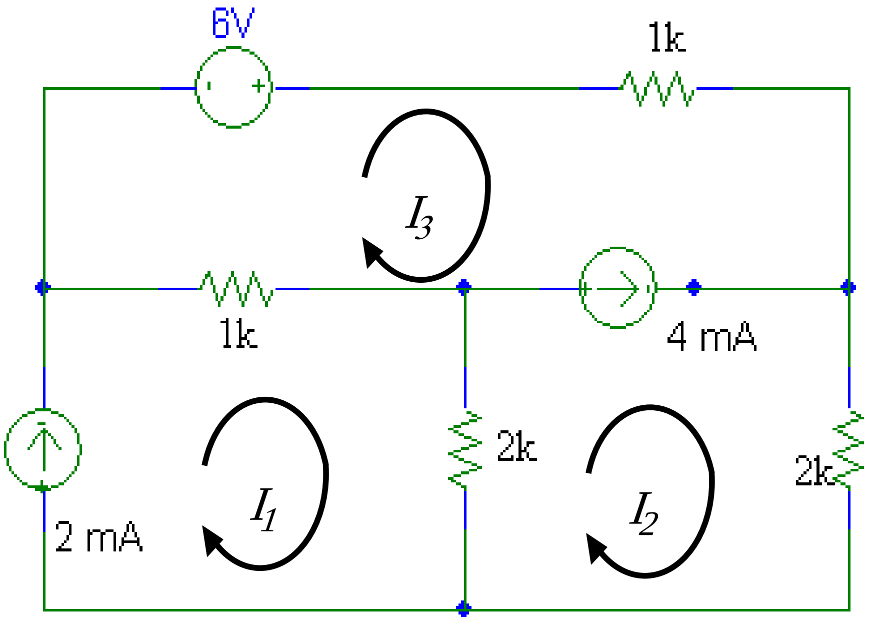


- رابطۀ KVL ابرخانه به اینصورت می‌باشد:

$$KVL: \quad -6 + 1^k I_3 + 2^k I_2 + 2^k(I_2 - I_1) + 1^k(I_3 - I_1) = 0$$



- همچنین با توجه به شکل، جریان I_2 همان جریانی است که از منبع جریان 2^{mA} عبور می‌کند. همچنین منبع جریان 4^{mA} حاصل تفاضل جریانهای حلقه‌های دوم و سوم است.



$$I_1=2^{mA}$$

$$I_2-I_3=4^{mA}$$

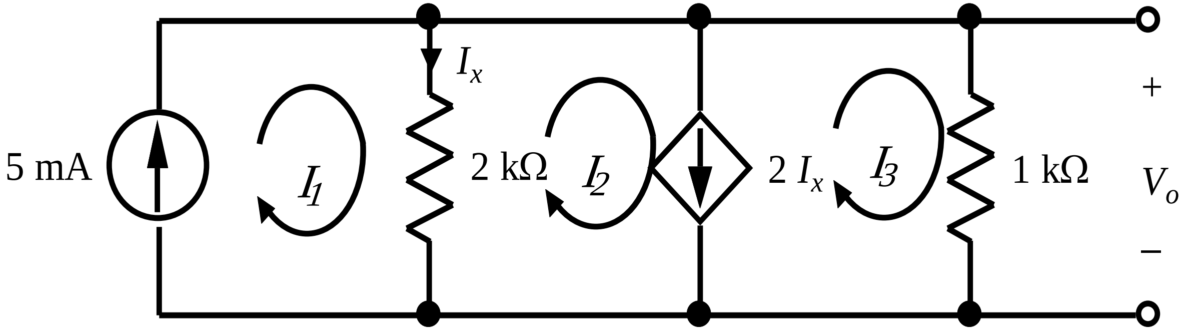
- از حل معادلات بالا مقادیر جریانهای خانه‌ها بدست می آید.

$I_1=2^{mA}$
$I_2=10/3^{mA}$
$I_3=-2/3^{mA}$

- جریانی که از منبع ولتاژ می‌گذرد، همان جریان I_3 و برابر با $2/3^{mA}$ می‌باشد.

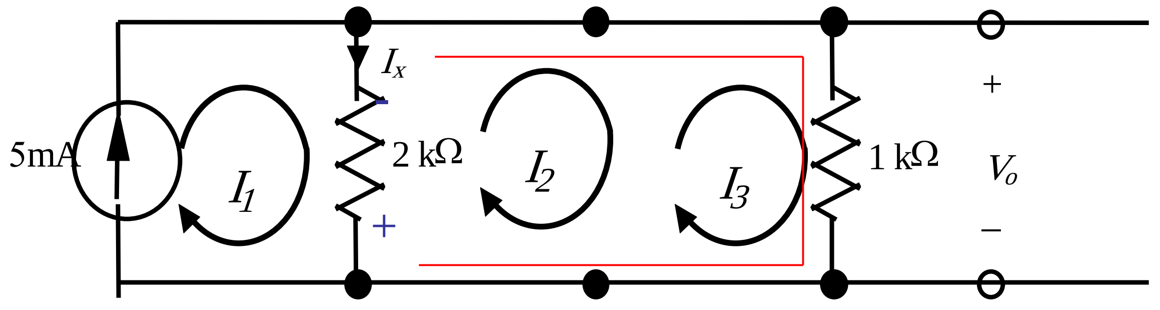
مثال از ابرخانه

- در مدارزیر مقدار ولتاژ V_0 را با استفاده از روش جریان-خانه بدست آورید.



حل

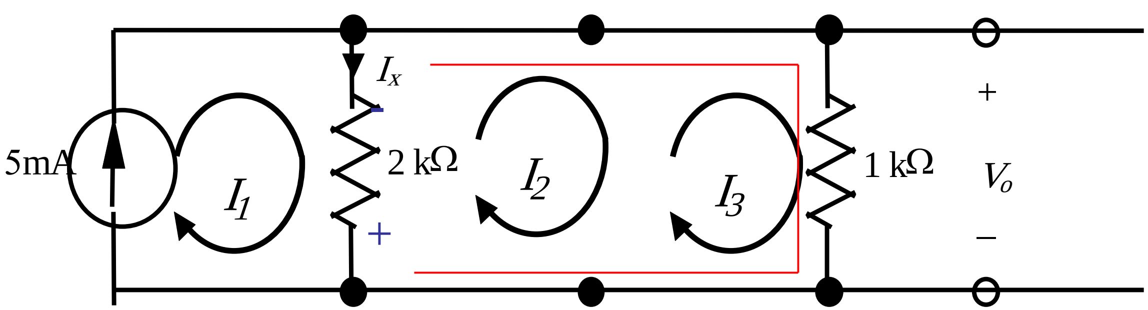
- در این مدار یک منبع جریان بین دو خانه مجاور بطور مشترک قرار گرفته است. بنابراین از ابرخانه استفاده می‌کنیم.



- از روی شکل دیده می‌شود که جریان I_1 همان جریان 5^{mA} می‌باشد. همچنین رابطه KVL برای ابرخانه بصورت زیر است:

$$I_1 = 5^{mA}$$

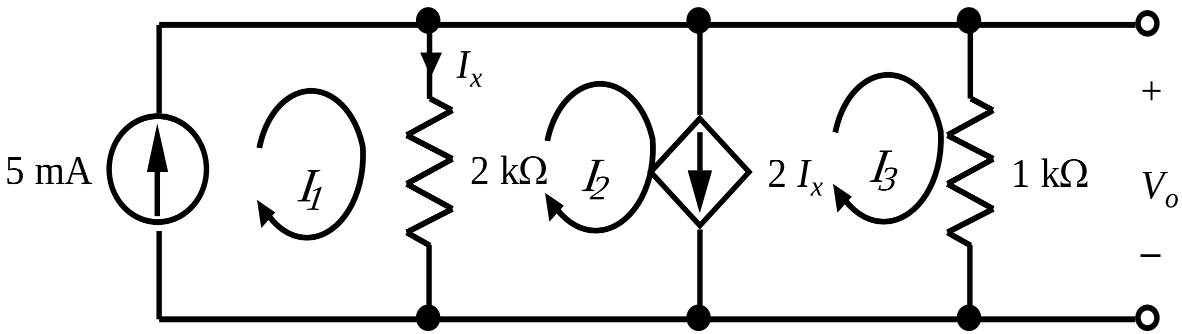
$$KVL: 2^k(I_2-I_1) + 1^k I_3 = 0$$



■ همچنین از روی شکل می‌توان رابطهٔ دیگری نیز نوشت:

$$I_2 - I_3 = 2\,I_x$$

$$I_1 - I_2 = I_x$$



- از ساده کردن روابط فوق مقادیر جریان خانه‌ها و بدنبال آن سایر مقادیر مدار بدست می آیند.

$I_1 = 5\ ^{mA}$
$I_2 = 4\ ^{mA}$
$I_3 = 2\ ^{mA}$
$I_x = 1\ ^{mA}$
$V_0 = 1\ I_3 = 2^V$

نتیجه‌گیری و مقایسه

- *در چه مواردی از جریان-خانه و در چه مواردی از ولتاژ-گره استفاده کنیم؟*
- اگر در مدار تعداد گره‌ها کمتر از خانه‌ها باشد، بهتر است که از روش ولتاژ-گره استفاده شود. بطور مشابه هنگامی که تعداد خانه‌ها کمتر از تعداد گره‌ها است، بهتر است از روش جریان-خانه استفاده شود.
- مجهول مسأله هم می‌تواند درانتخاب روش مؤثر باشد. اگر در سوال مقدار ولتاژ نقاط خواسته شود بهتر است که از روش ولتاژ-گره استفاده شود. اگر جریان عناصر خواسته شود، روش جریان-خانه بهتر است.

مدارهای مرتبه اول

POWEREN.IR

مدار مرتبه اول چیست؟

- هر مداری که شامل تنها یک عنصر ذخیره کنندهٔ انرژی، تعدادی منبع و تعدادی مقاومت باشد مدار مرتبه اول نامیده می‌شود.
- عنصر ذخیره‌کنندهٔ انرژی می‌تواند خازن یا مقاومت باشد.
- یکی از خواص مدارهای مرتبه اول اینست که پاسخ مدار دارای تابع دیفرانسیلی درجه اول می‌باشد.

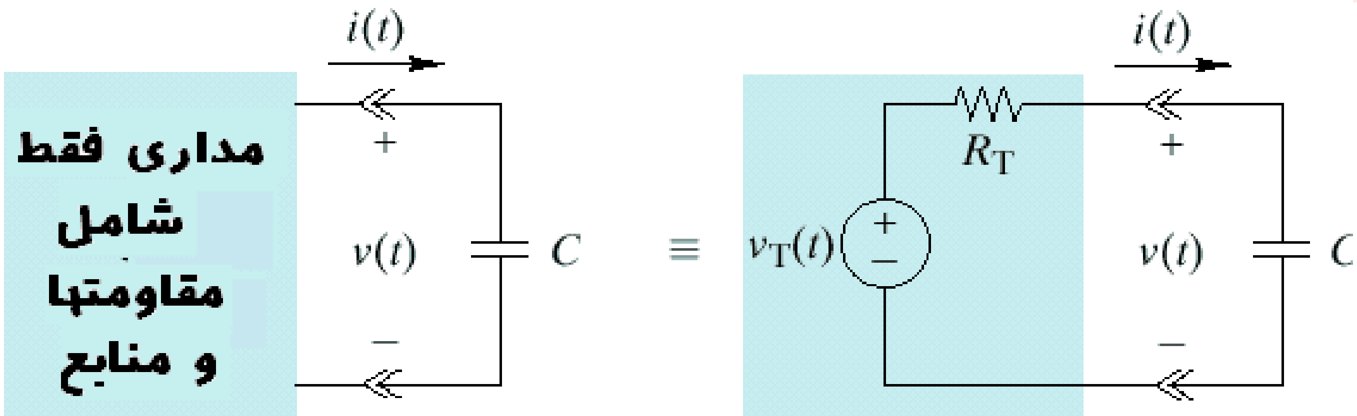
مفاهیم مربوط به مدارهای درجه اول

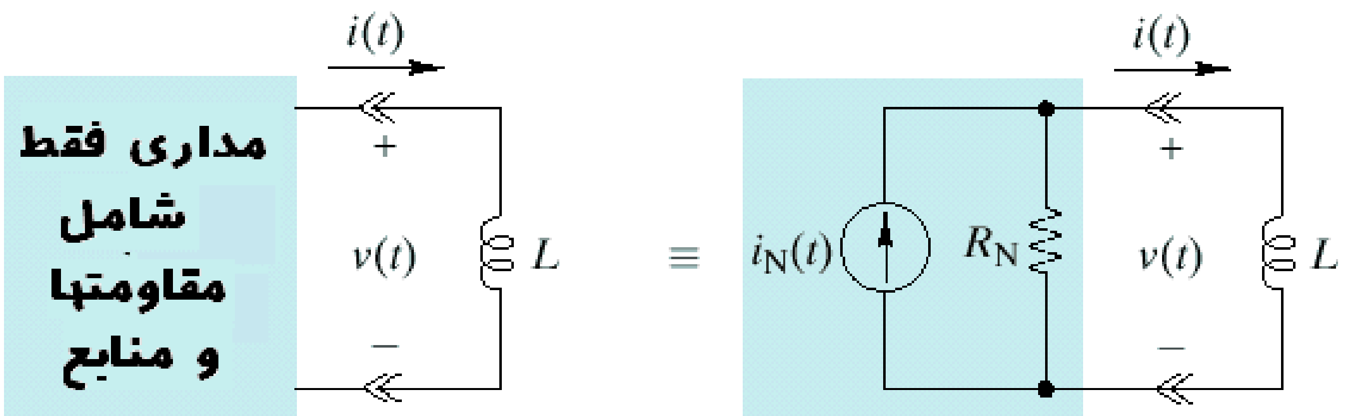
- معادلهٔ دیفرانسیل و ویژگی‌ها و روشهای حل آن.
- پاسخ طبیعی.
- ثابت زمانی.
- پاسخ گذرا و پاسخ ماندگار مدار.

انواع مدارهای مرتبه اول

- بطور کلی دو نوع مدار مرتبه اول وجود دارد:
- *مدار RC:* مدارهایی که دارای مجموعه‌ای از مقاومتها و منابع هستند و تنها یک خازن نیز در آنها وجود دارد.
- *مدار RL:* مدارهایی که دارای مجموعه‌ای از مقاومتها و منابع هستند و تنها یک سلف نیز در آنها وجود دارد.

- همانگونه که در مبحث مدارهای معادل نورتن و تونن گفته شد، هر مدار شامل منابع و مقاومتها را می‌توان بصورت ترکیب سری یک منبع ولتاژ و مقاومت (معادل تونن) یا ترکیب موازی یک منبع جریان و مقاومت (معادل نورتن) نمایش داد.

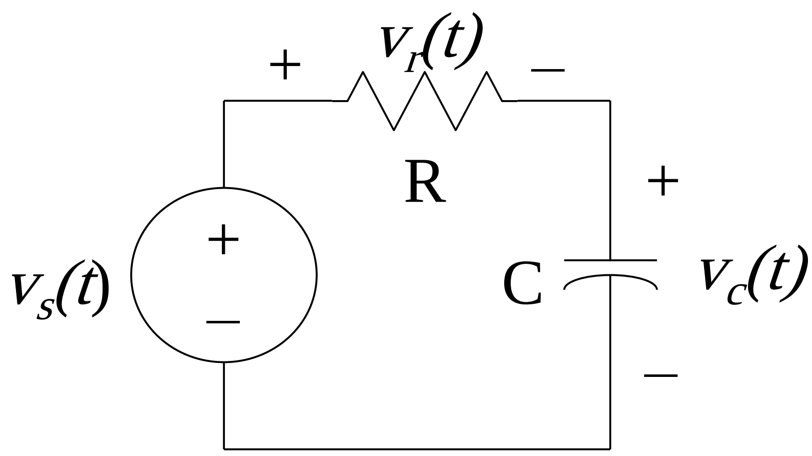

i(t)
مداری فقط
شامل
مقاومتها
و منابع
+
v(t)
−
C
≡
$v_T(t)$
R_T
i(t)
+
v(t)
−
C


i(t)
مداری فقط
شامل
مقاومتها
و منابع
+
v(t)
−
L
≡
$i_N(t)$
R_N
i(t)
+
v(t)
−
L

مدار RC

مدار RC

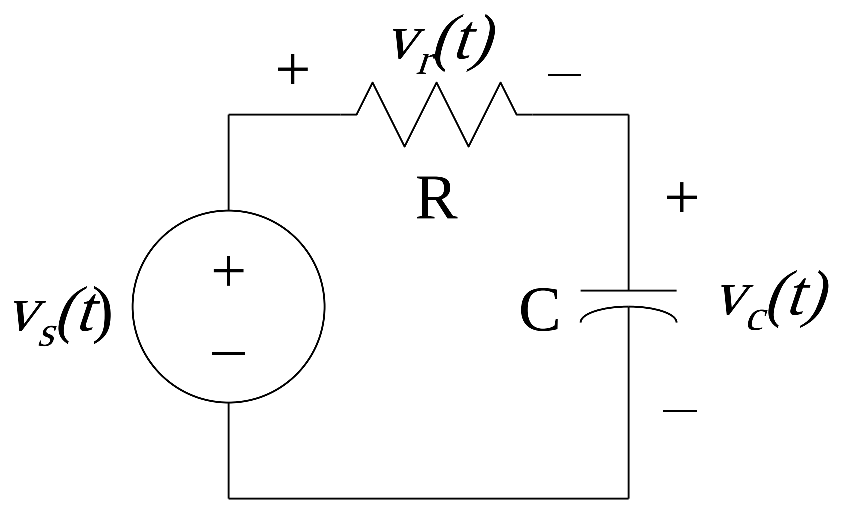
- مدار RC از یک مقاومت و یک خازن تشکیل شده است. مجموعهٔ مقاومت و منبع ولتاژ ممکن است معادل تونن یک مدار دیگر باشد.



روابط مدار RC

- رابطهٔ KVL را برای مدار نوشته و سپس آنرا تبدیل به یک معادلهٔ دیفرانسیل کرده و حل می‌کنیم:

$$v_r(t) + v_c(t) = v_s(t)$$



$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(x)dx = v_s(t)$$

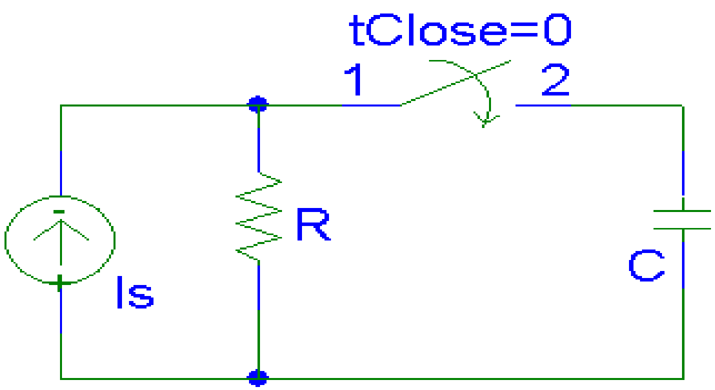
$$RC\frac{di(t)}{dt} + i(t) = C\frac{dv_s(t)}{dt}$$

$$RC\frac{dv_r(t)}{dt} + v_r(t) = RC\frac{dv_s(t)}{dt}$$

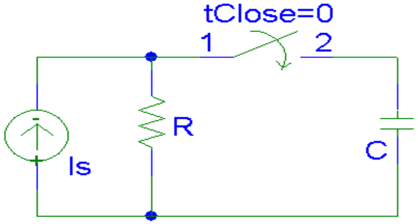
- همانگونه که دیده می‌شود معادلات دیفرانسیل بدست آمده درجه اول هستند. برای حل این معادله می‌توان از روشهای حل معادلات دیفرانسیل یا از روش لاپلاس استفاده کرد.
- برای حل معادلات دیفرانسیل نیاز به دانستن شرایط اولیه است. شرایط اولیه با توجه به شکل مدار معلوم می‌شوند.

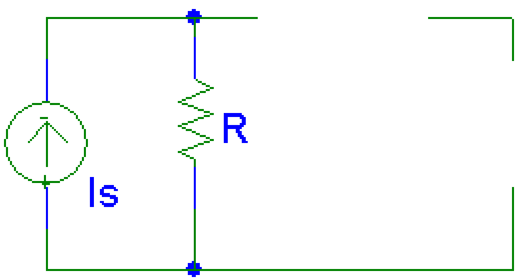
تعیین شرایط اولیهٔ مدار RC

- یکی از ویژگی‌های خازن اینست که ولتاژ آن بطور ناگهانی تغییر نمی‌کند.
- در شکل زیر یک مدار RC نشان داده شده است که سوئیچ آن درست در زمان صفر بسته می‌شود و خازن شروع به شارژ می‌کند.

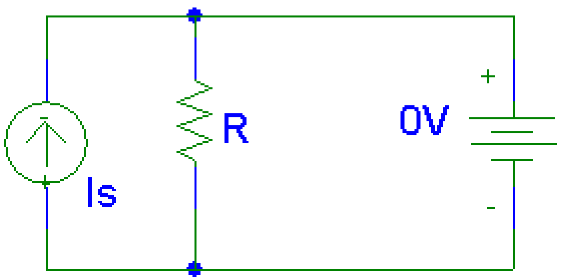


- وضعیت مدار RC قبل از بستن کلید، درست بعد از بستن کلید و نهایتاَ پس از گذشت زمان طولانی از بستن کلید دیده می‌شود:

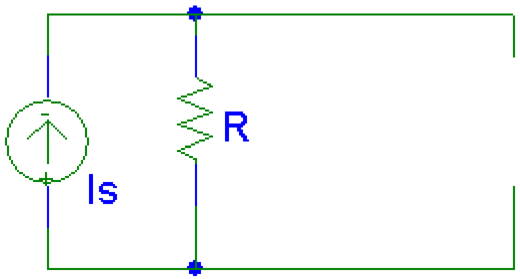




قبل از بستن



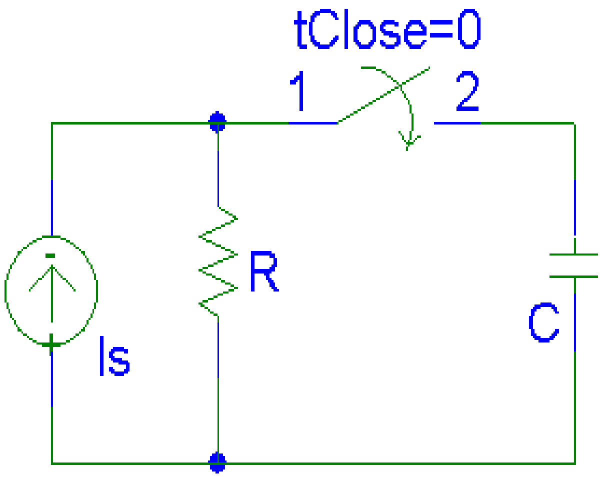
بلافاصله بعد از بستن



بعد از گذشت زمان طولاني

- *نکته:* خازن در ابتدا شارژ و ولتاژ آن زیاد می‌شود ولی بعد از گذشت زمان جریان کمی از آن عبور می‌کند و با گذشت زمان، جریان عبوری به سمت صفر میل می‌کند. به همین دلیل خازن در زمان بی‌نهایت بعد از تغییر وضعیت کلید، مدار باز در نظر گرفته می‌شود.

- معادلهٔ دیفرانسیل برای مدار زیر با استفاده از رابطهٔ KCL نوشته شده و حل می‌گردد:

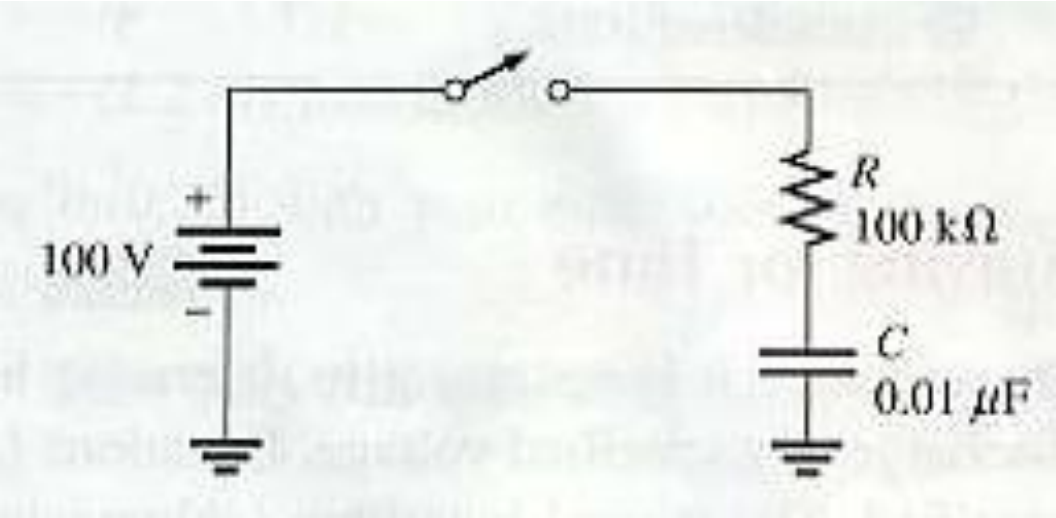


$$-I_S + \frac{v_C}{R} + C\frac{dv_C}{dt} = 0$$

$$v_C(t) = I_S R + (v_C(0) - I_S R)e^{-\frac{1}{RC}t}$$

مثال از مدارRC

- ولتاژ اولیه خازن برابر با صفر است. در لحظهٔ t=0 کلید بسته می‌شود. رابطه ولتاژ خازن را برای زمانهای بعد از صفر بدست آورید.

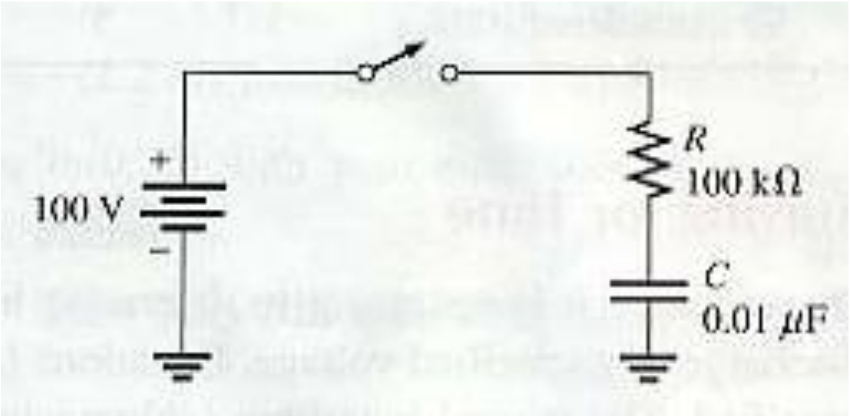


حل

با توجه به شکل مدار

روابط زیر را می‌توان

نوشت:



$$Ri(t) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(x)dx = v_s(t)$$

$$RC\frac{di(t)}{dt} + i(t) = C\frac{dv_s(t)}{dt}$$

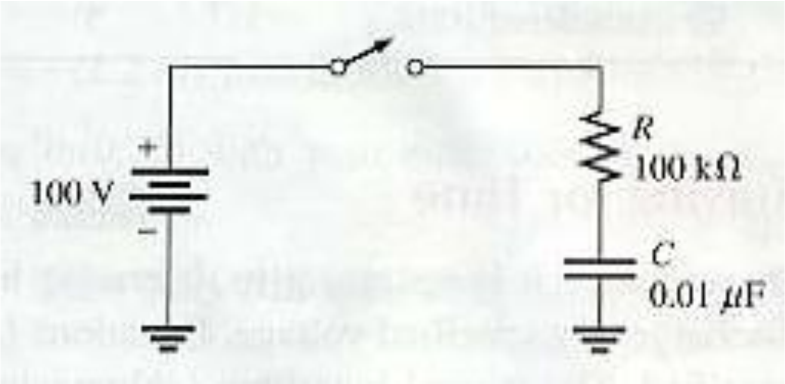
- ولتاژ منبع مقدارثابتی است و مشتق آن برابر با صفر می‌باشد. بنابراین:

$$1000\, di/dt + i = 0$$

- یکی از جوابهای معادله فوق می‌تواند بفرم ke^{-1000t} باشد.
- با توجه به صورت مسأله مقدار ولتاژ اولیهٔ خازن برابر با صفر است و چون ولتاژ خازن تغییر ناگهانی ندارد، مقدار آن بلافاصله بعد از صفر نیز برابر با صفر خواهد ماند.
- با جایگزینی شرایط فوق در معادله مقدار k بدست می آید.

- از آنجا که بلافاصله بعد از بستن کلید، ولتاژ خازن برابر با صفر است:

$$V_s = R\, i_{0+} + V_c(0^+)$$
$$100 = 10^5\, i_{0+} + 0$$
$$i_{0+} = 10^{-3}$$



یا به عبارت دیگر شرط اولیه مسأله به اینصورت است:

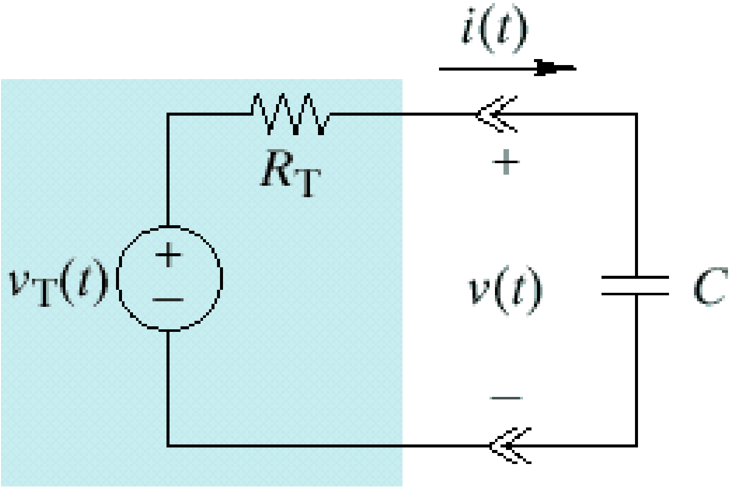
$$i_{0+}=10^{-3}$$

با جایگذاری شرط اولیه در فرمول بدست آمده خواهیم داشت:

$$i(t)=10^{-3}\ e^{-1000t}$$

مدار RC در حالت کلی

- مدار مرتبه اول زیر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم رابطهٔ جریان را بدست آوریم.

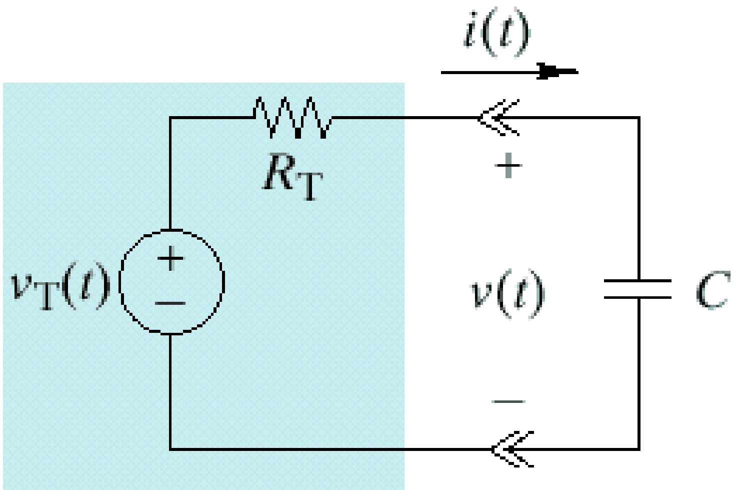


حل

$$R_T i(t) + v(t) = v_T(t)$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$R_T C\frac{dv(t)}{dt} + v(t) = v_T(t)$$



حل

- با توجه به رابطه زیر یکی از جوابها بصورت $ke^{-t/Rc}$ می‌باشد.

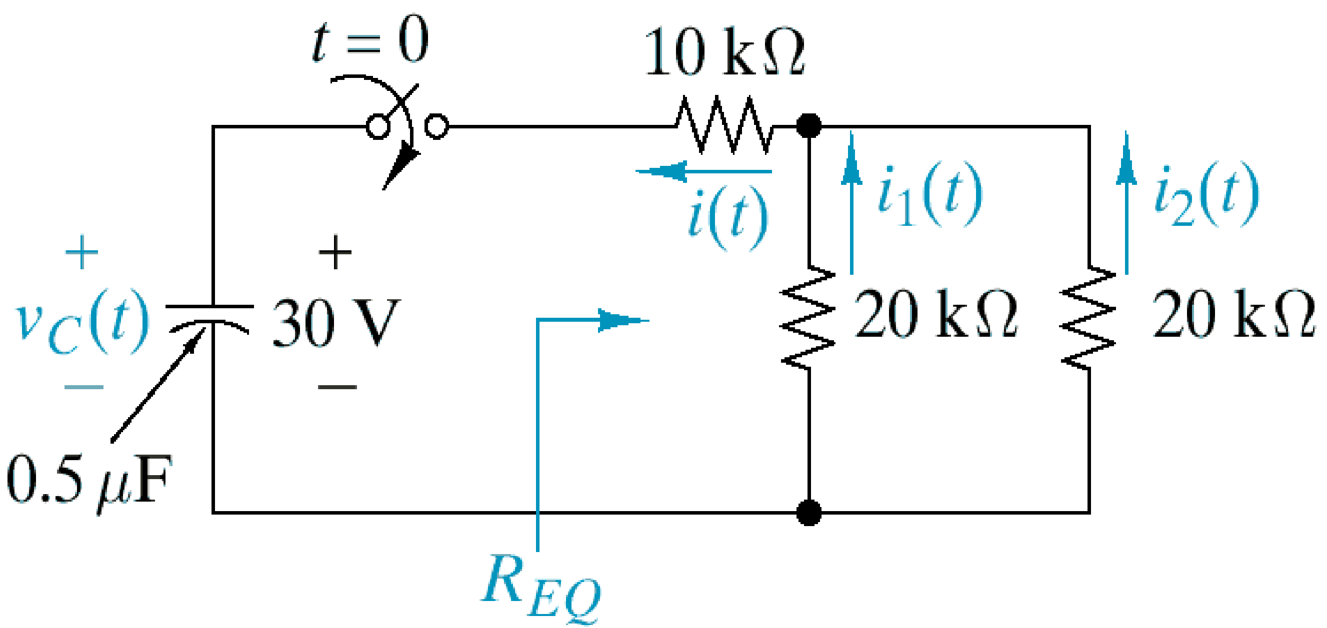
$$R_T C \frac{dv(t)}{dt} + v(t) = v_T(t)$$

- از طرف دیگر با توجه به شکل مسأله، پس از گذشت زمان طولانی مقدار ولتاژ خازن برابر با V_T می‌شود. بنابراین فرم کلی جواب بصورت زیر است:

$$v(t) = v_T + ke^{(\frac{-t}{RC})}$$

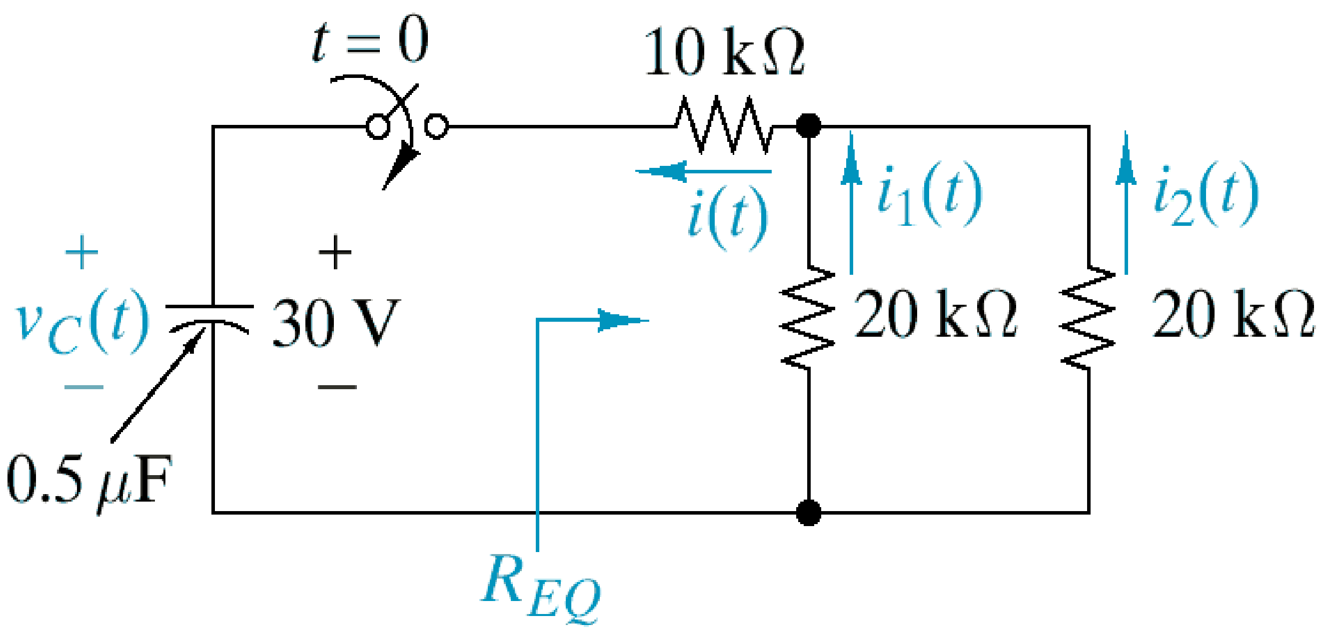
مثال از مدار RC

در مدار زیر ولتاژ اولیهٔ خازن برابر با ۳۰ ولت می‌باشد. درزمان t=0 کلید بسته می‌شود. مطلوبست رابطه جریان خازن i(t).



حل

- ابتدا مقدارمقاومت معادل R_{EQ} را محاسبه می‌کنیم.
- $R_{EQ}=20||20+10=20^{K}$



$$v_c(t) + R_{EQ} i(t) = 0$$

$$i(t) = c\,\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$\rightarrow \quad v_c(t) + R_{EQ} C\,\frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$v_c(t) + 10^{-2}\,\frac{dv_c}{dt} = 0$$

- و بنابراین مقدار ولتاژ خازن بصورت زیر بدست می آید:

$$v_c(t) = ke^{-100t}$$

- با توجه به صورت مسأله شرایط اولیه را اعمال می‌کنیم. مقدار ولتاژ اولیهٔ خازن برابر با ۳۰ می‌باشد. بلافاصله بعد از بستن کلید نیز ولتاژ ثابت خواهد ماند. بنابراین $V_{0+} = 30^V$ می‌باشد.

رابطه ولتاژ خازن بصورت زیر می‌باشد:

$$v_c(t) = 30e^{-100t}$$

- با مشتق‌گیری از رابطه ولتاژ رابطه جریان خازن بدست می‌آید.

$$i(t) = C\frac{dv_c}{dt} = 0.5\times10^{-6}\times30(-100)e^{-100t}$$

$$i(t) = -1.5\times10^{-3}e^{-100t}$$

روش دوم حل مدارهای RC

- در قسمتهای قبلی با استفاده از روشهای حل معادلات دیفرانسیل و یا لاپلاس پاسخ مدار محاسبه می‌شد. روش دیگری نیز برای یافتن پاسخ مدارهای Rc وجود دارد.
- ابتدا با استفاده از مقاومت معادل، ثابت زمانی مداربدست می آید:

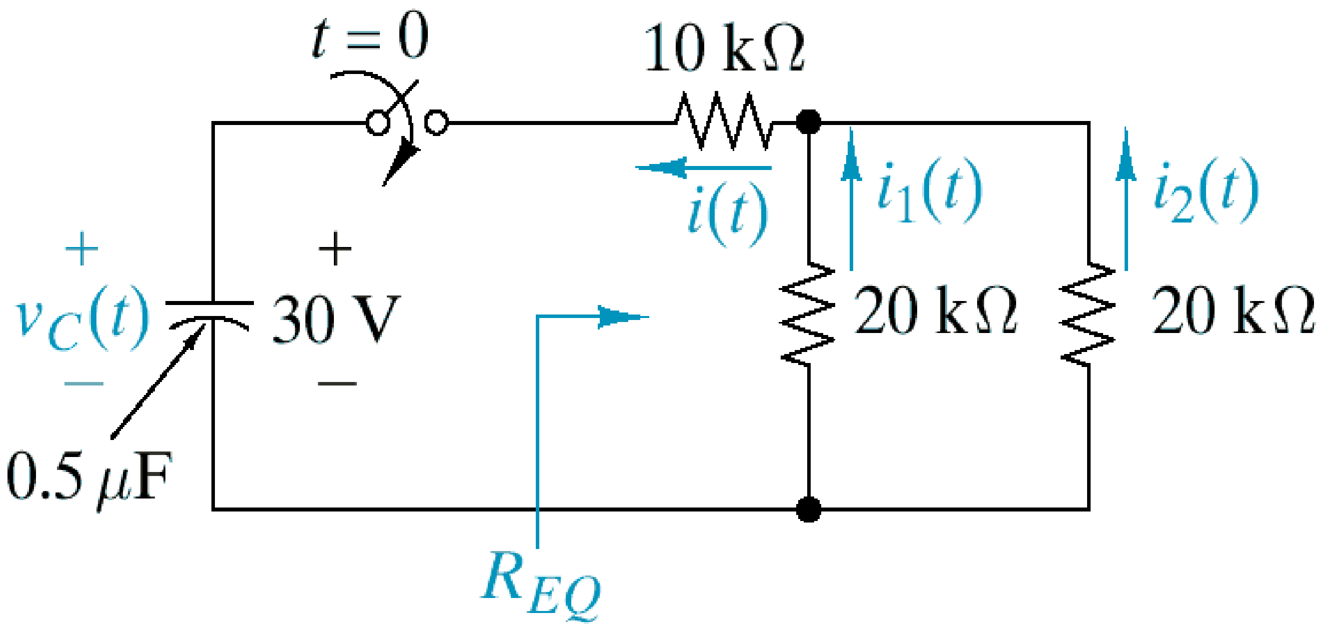
$$\tau = RC$$

- سپس از فرمول زیر استفاده می شود:

پاسخ مدار=مقدار نهایی+(مقدار اولیه-مقدار نهایی)*$e^{-t/RC}$

مثال از مدار RC

- همان مثال قبلی را از روش جدید حل کنید.



- مقدار مقاومت معادل برابر با ۲۰ کیلو اهم می‌باشد. بنابراین:

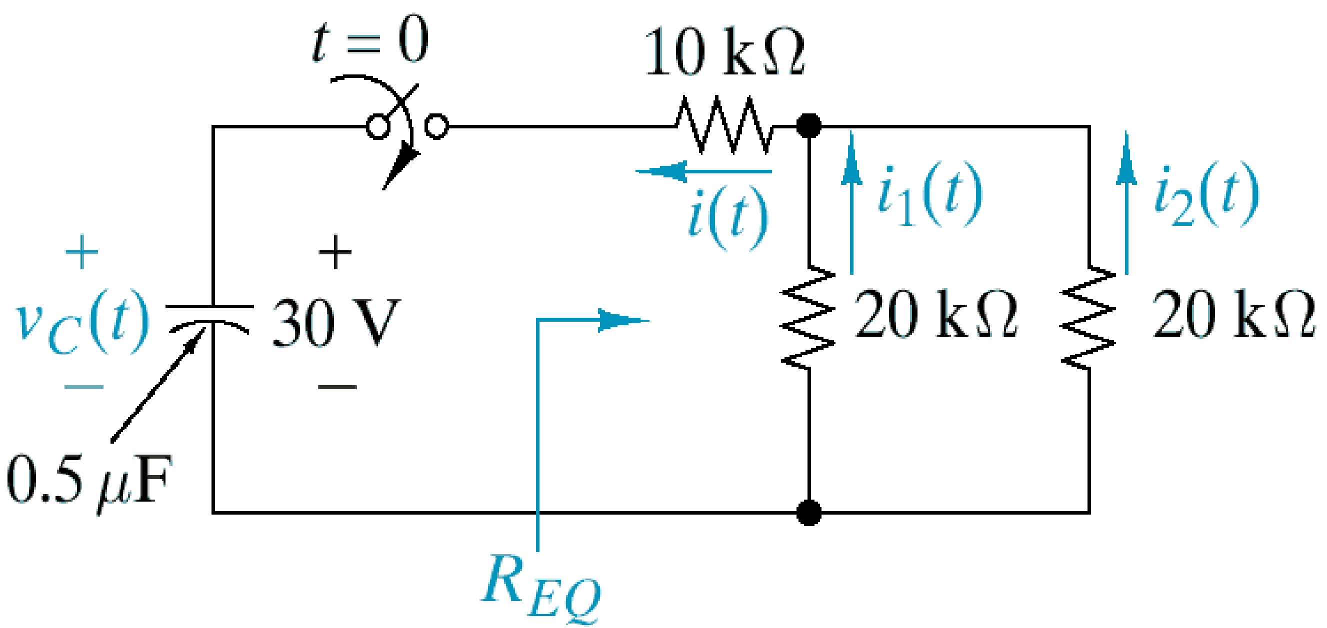
$$\tau = RC = (20\times10^{3})\times(0.5\times10^{-6}) = 0.01$$

- مقدار جریان اولیه برابر است با:

$$i_{0+} = -\frac{v_C(0^+)}{R_{EQ}} = -\frac{30}{20^k} = -1.5\times10^{-3}$$

- پس از گذشت زمان طولانی خازن دشارژ شده و مقدار جریان آن به صفر می‌رسد. بنابراین:

$$i(\infty) = 0$$



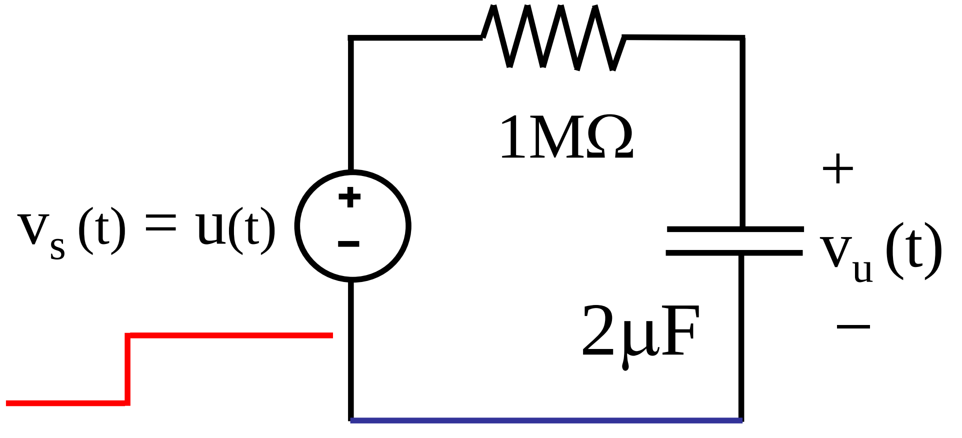
- با استفاده از فرمول گفته شده مقدار جریان خازن بدست می آید:

$$i(t) = 0 + (-1.5 \times 10^{-3})\, e^{-100t}$$

$$i(t) = -1.5 \times 10^{-3}\, e^{-100t}$$

مثال از مدار RC

- در مدار زیر رابطۀ ولتاژ خازن را بدست آورید با این فرض که مقدار اولیه ولتاژ خازن برابر صفر است. منظور از U(t) تابعی است که برای زمانهای قبل از صفر مقدار آن برابر با صفر و برای زمانهای بعد از صفر مقدار آن برابر ۱ می‌باشد.



حل

- ابتدا ثابت زمانی مدار را بدست می آوریم.

$$\tau = RC = 10^6 \times 2 \times 10^{-6} = 2$$

- سپس مقادیر اولیه و نهایی ولتاژ را محاسبه می‌کنیم:

$V_C(0^+)=V_C(0^-)=0$

$V_C(\infty)=1$

حل

- با استفاده از رابطهٔ زیر ولتاژ خازن را بدست می آوریم.

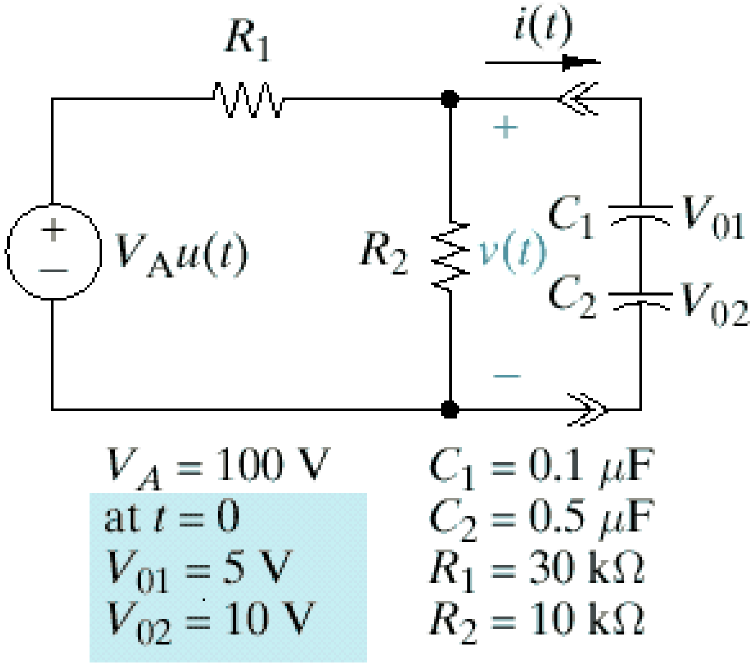
مقدار نهايي+(مقدار اوليه-مقدار نهايي)*e-t/RC=پاسخ مدار

$$V_C(t)=1-(0-1)e^{-t/2}$$

$$V_C(t)=1-e^{-t/2}$$

مثال از مدار RC

- مدار زیر همراه مقادیر اولیه ولتاژهای آن داده شده است. مطلوبست مقدار ولتاژ v(t).



حل

- خازنها با یکدیگر سری هستند. بنابراین خازن معادل آن بصورت زیر است:

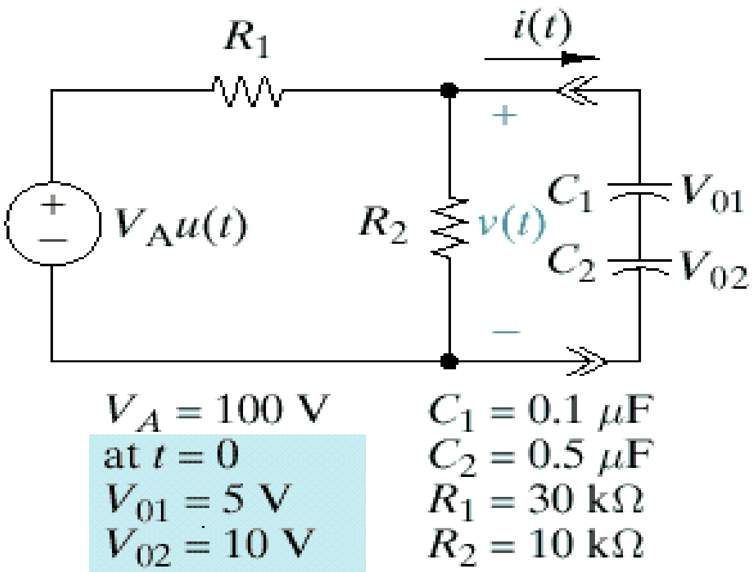
$$C_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{C_2}} = 0.0833\ \mu F$$

- مقدار ولتاژ اولیه مجموع دو خازن:

$$V_0 = V_{01} + V_{02} = 5 + 10 = 15V$$

- مدار دارای چند مقاومت میباشد و لازم است ابتدا معادل تونن آن را بدست آورد.

$$v_T = v_{oc} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_A u(t) = \frac{10}{40} 100u(t) = 25u(t)$$



- مقدار مقاومت معادل نیز بصورت زیر بدست می آید.

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 7.5k\Omega$$

- مقدار ثابت زمانی را محاسبه می‌کنیم

$$Tc = R_T C_{EQ} = \left(7.5x10^3\right)\left(8.33x10^{-8}\right) = \frac{1}{1600}s$$

حل

- با استفاده از فرمول زیر جواب بدست می آید.

پاسخ مدار=مقدار نهايي+(مقدار اوليه-مقدار نهايي)*$e^{-t/RC}$

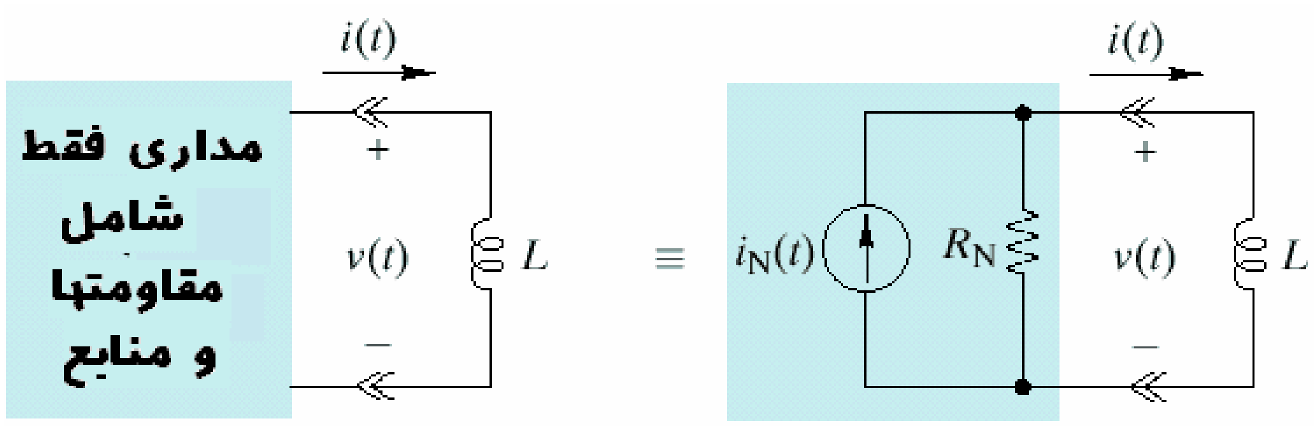
$$v(t) = (15 - 25)e^{-1600t} + 25$$
$$= 25 - 10e^{-1600t} \quad V \qquad t \geq 0$$

مدارهای مرتبه اول RL

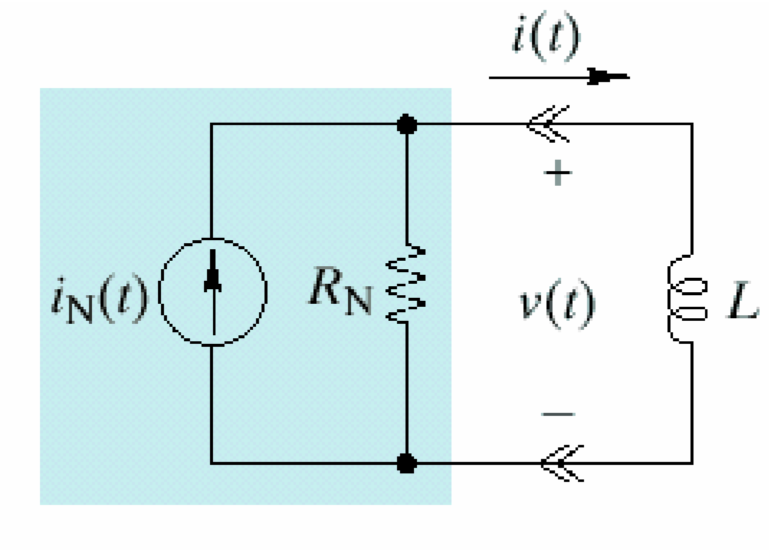
POWEREN.IR

مدار های RL

- مشابه مدارهای RC هستند و دارای یک سلف و تعدادی مقاومت و منبع می‌باشد. پاسخ مدار نیز جواب معادله دیفرانسیلی درجه اول است.



پاسخ مدار RL



$$G_N v(t) + i(t) = i_N(t)$$

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$\boxed{G_N L\frac{di(t)}{dt} + i(t) = i_N(t)}$$

$$i(t) = Ke^{st}$$

$$G_N Ls + 1 = 0$$

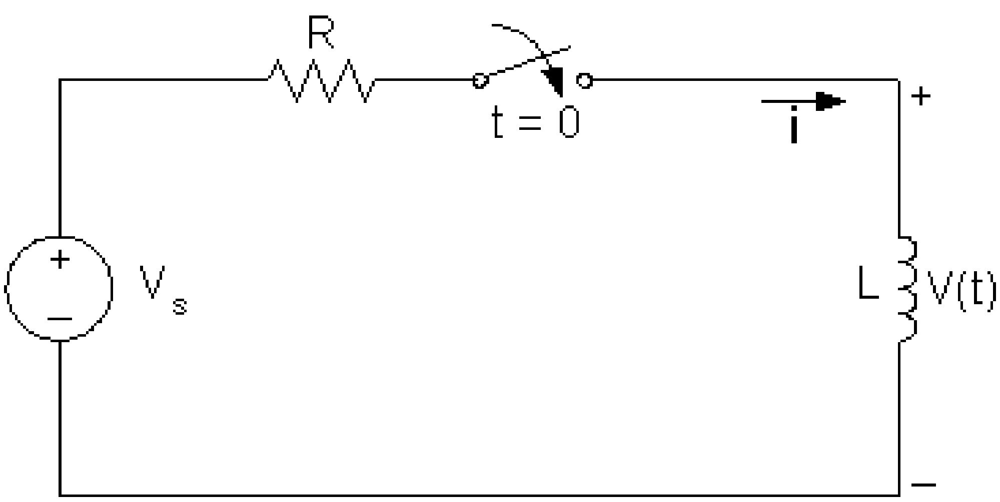
$$s = -1/G_N L$$

$$i(0) = I_0 = Ke^0 = K$$

$$\boxed{i(t) = I_0 e^{-t/G_N L} \qquad t \geq 0}$$

مدار RL

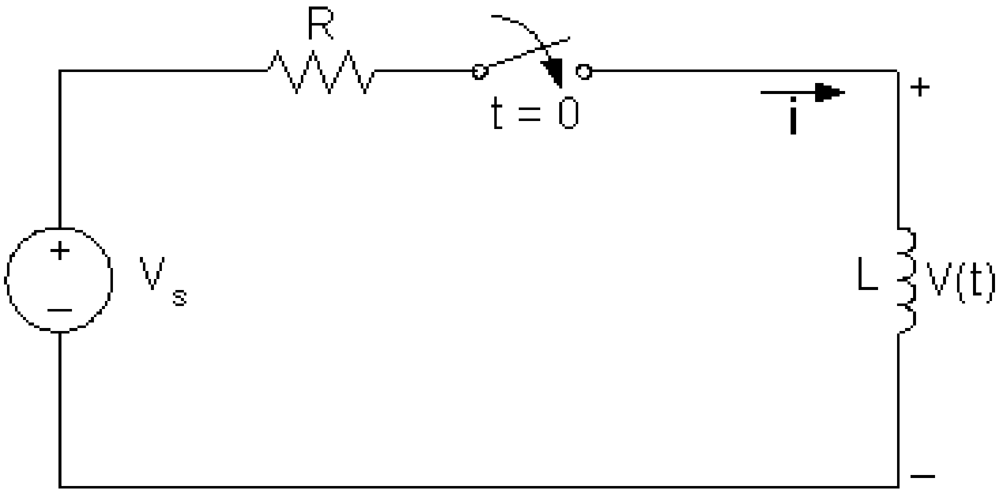
- در مدار زیر قبل از صفر جریانی از مدار عبور نمی‌کند. پس از بستن کلید رابطه جریان را بدست آورید.



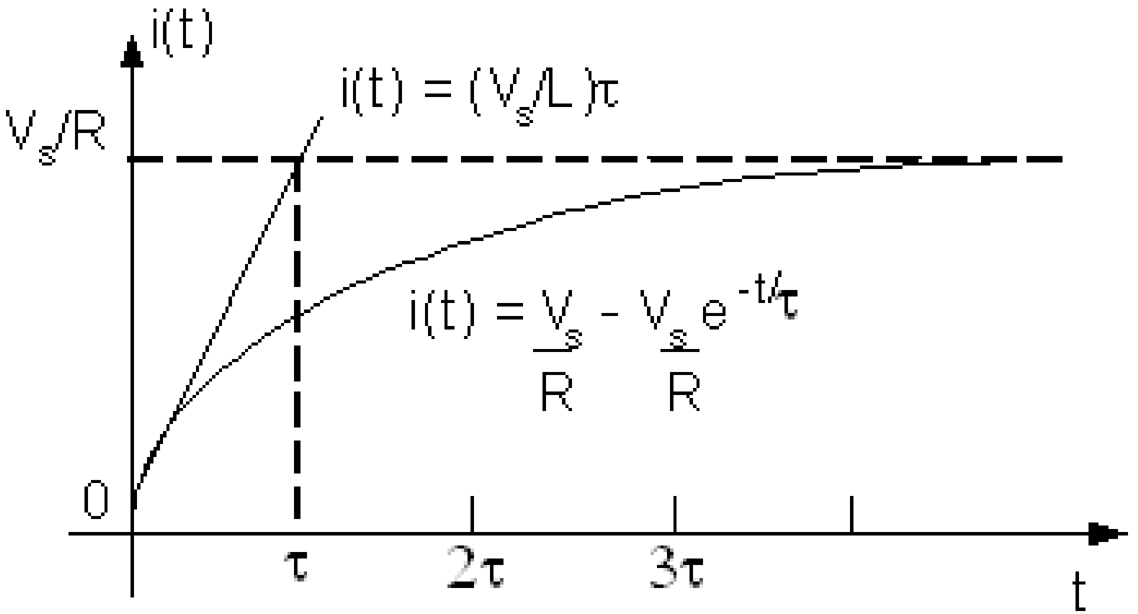
حل

$$V_s = iR + L\frac{di}{dt}$$

$$i(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-(R/L)t}\right)$$

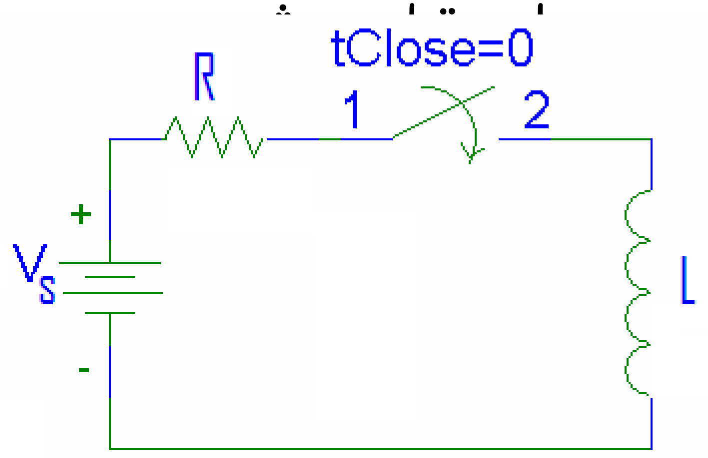


- منحنی تغییرات پاسخ مدار مشابه مدار RC است و بصورت نمایی تغییر می‌کند. بطور کلی در مدارهای مرتبه اول پس از گذشت زمانی معادل ۳ برابر ثابت زمانی پاسخ مدار تقریباً به مقدار نهایی خود می‌رسد.

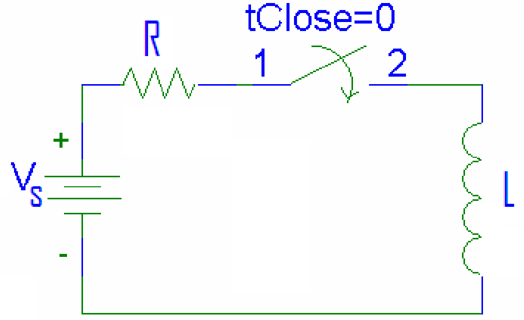


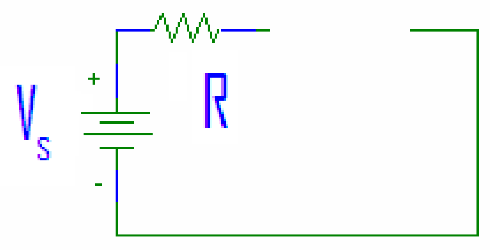
تعیین شرایط اولیهٔ مدار RL

- یکی از ویژگی‌های سلف اینست که جریان آن بطور ناگهانی تغییر نمی‌کند.
- در شکل زیر یک مدار RL نشان داده شده است که سوئیچ آن درست در زمان صفر بسته می‌شود و جریان

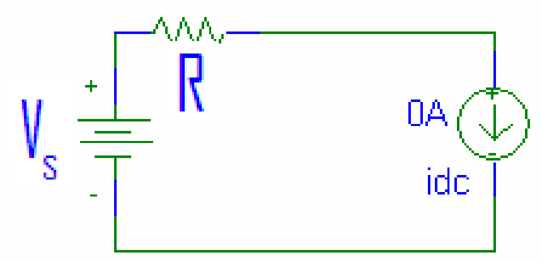


- وضعیت مدارRL قبل از بستن کلید، درست بعد از بستن کلید و نهایتاَ پس از گذشت زمان طولانی از بستن کلید دیده می‌شود:

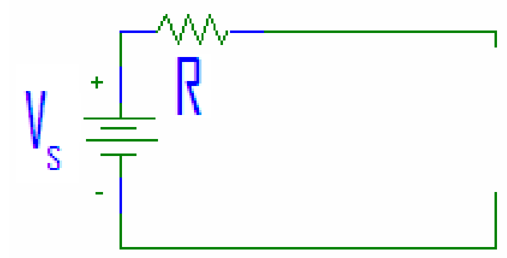




قبل از بستن



بلافاصله بعد از بستن



بعد از گذشت زمان طولاني

- *نکته:* سلف در ابتدا مقاومت زیادی در مقابل عبور جریان از خود نشان می‌دهد ولی بعد از گذشت زمان جریان بیشتری از آن عبور می‌کند. بعبارت دیگرسلف در زمان بی‌نهایت بعد از تغییر وضعیت کلید، اتصال کوتاه در نظر گرفته می‌شود.

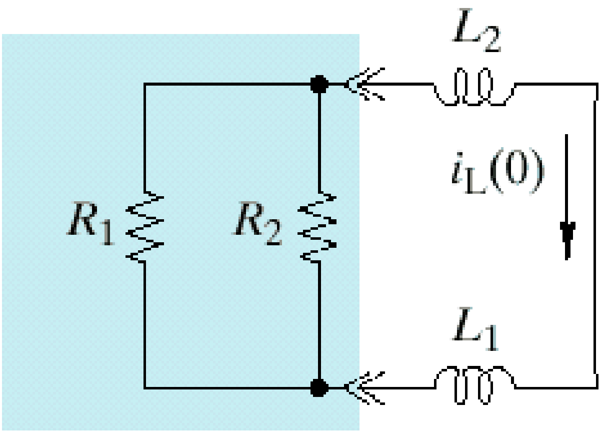
روشهای یافتن پاسخ مدار RL

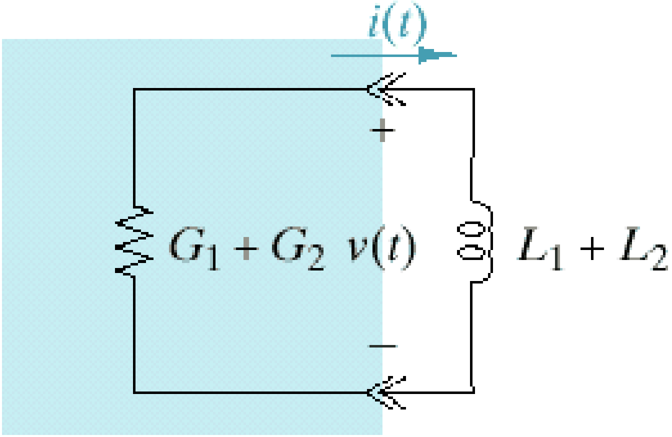
- مشابه آنچه که برای مدار RC گفته شد به دو طریق می‌توان پاسخ مدار را بدست آورد.
- در روش اول با استفاده از حل معادله دیفرانسیل یا روش لاپلاس جواب بدست می آید.
- در روش دوم از فرمول زیر استفاده می‌شود:

پاسخ مدار=مقدار نهايي+(مقدار اوليه-مقدار نهايي)*$e^{-tR/L}$

مثال از مدار RL

- در مدار زیر $L_1=10^{mH}$, $L_2=30^{mH}$, $R_1=2^K$, $R_2=6^K$, $i_L(0^-)=100^{mA}$ می‌باشد. مطلوبست رابطه جریان سلف در زمانهای بعد از بستن کلید.



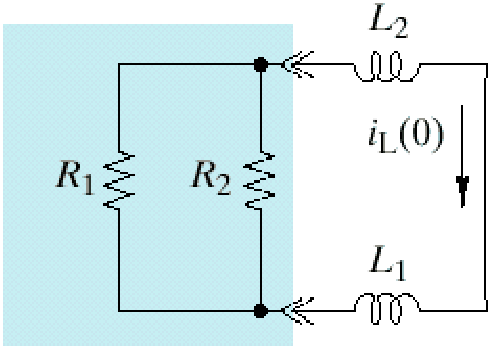


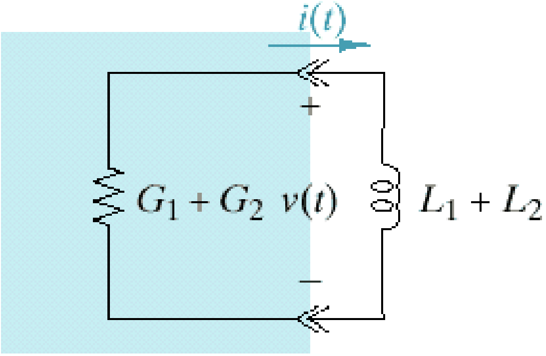
حل

- سلفها با هم سری و مقاومتها موازی هستند. بنابراین:

$$L_{EQ} = L_1 + L_2 = 10 + 30 = 40mH$$

$$G_{EQ} = G_1 + G_2 = 10^{-3}/2 + 10^{-3}/6 = 2x10^{-3}/3S$$





- ثابت زمانی مدار برابر با L/R می‌باشد. بنابراین:

$$T_C = G_{EQ}L_{EQ} = 8x10^{-5}/3s = 1/37500s$$

- می‌توان رابطهٔ جریان سلف را بصورت زیر نوشت:

$$i(t) = 0 + (100 - 0)e^{-37500t}$$

$$i(t) = 100e^{-37500t}\ mA$$

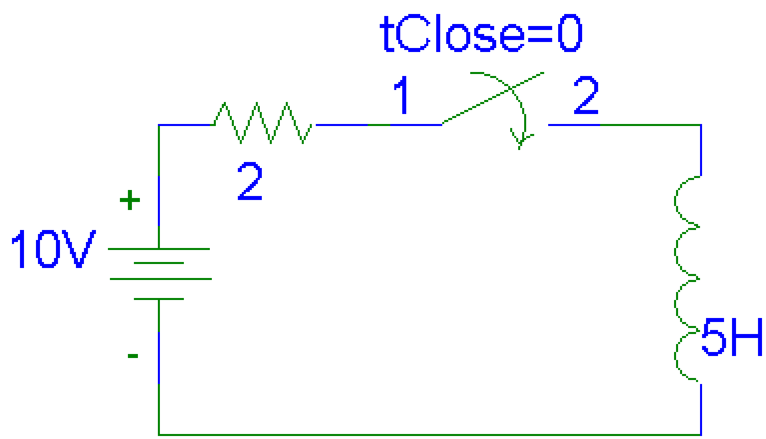
- با استفاده از روابط تقسیم کننده جریان می‌توان جریان مقاومتها را بدست آورد.

$$iR_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t) = 0.075e^{-37500t} \quad \text{A} \qquad t \geq 0$$

$$iR_2(t) = \frac{R1}{R1 + R2} i(t) = 0.025e^{-37500t} \quad A \qquad t \geq 0$$

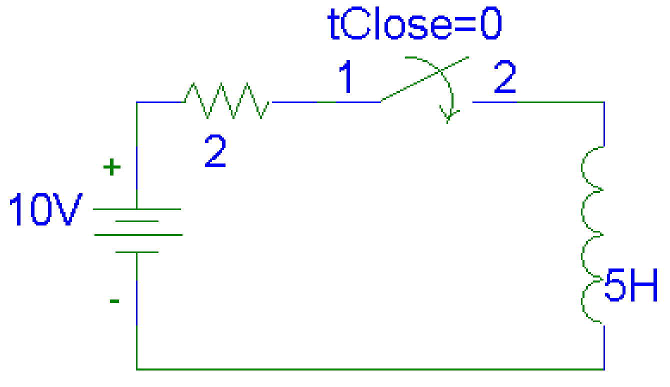
مثال از مدارRL

- در مدار زیر کلید درست در لحظهٔ صفر بسته می‌شود. مطلوبست معادلهٔ جریان مدار.



حل

- در لحظهٔ قبل از صفر $i(0^-)=0$ می‌باشد و جریانی از سلف نمی‌گذرد.
- در زمان بی‌نهایت بعد از بسته شدن کلید نیز سلف اتصال کوتاه فرض می‌شود و بنابراین:



$$i(\infty)=10/2=5^A$$

- حال ثابت زمانی مدار را بدست می‌آوریم.

ثابت زماني$=L/R=5/2=2.5$

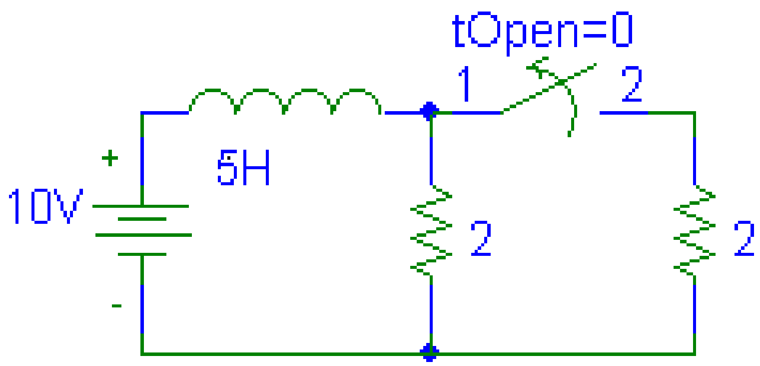
- با داشتن ثابت زمانی، مقدار اولیه و مقدارنهایی می‌توان رابطهٔ جریان را نوشت:

پاسخ مدار=مقدار نهايي+(مقدار اوليه-مقدار نهايي)*$e^{-tR/L}$

$$i(t)=5+(0-5)\ e^{-t/2.5}=5(1-e^{-t/2.5})$$

مثال از مدار RL

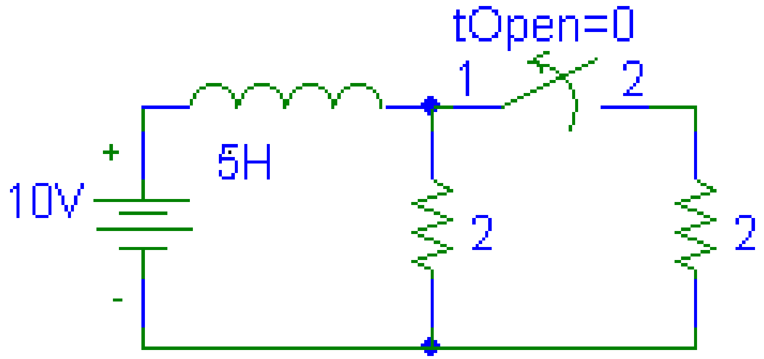
- در مدار زیر مقدار جریان سلف را بعد از باز کردن کلید بدست آورید.

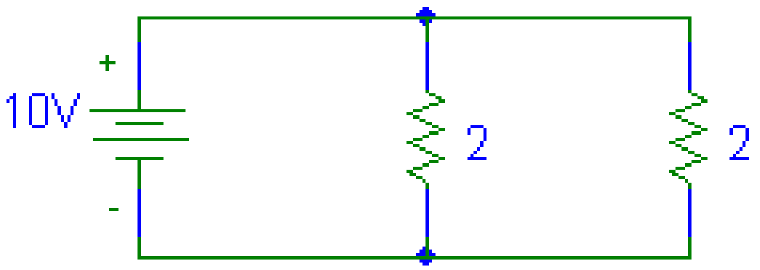


حل

- در لحظات قبل از صفر کلید بسته است و جریان از هر دو مقاومت عبور می‌کند. در این حالت سلف مثل یک اتصال کوتاه عمل می‌کند:

$i(0^-) = 10/(2||2) = 10^A$

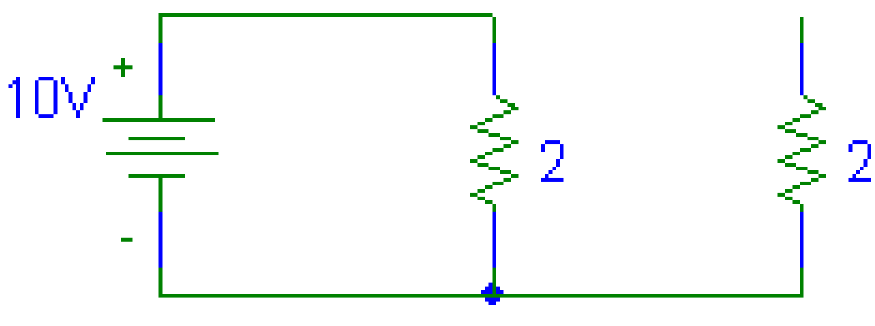




- از آنجا که جریان سلف تغییر ناگهانی ندارد، داریم:

$$i(0^+)=i(0^-)=10^A$$

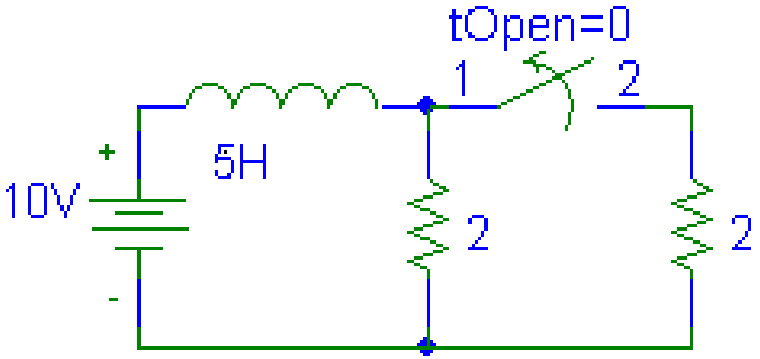
- بعد از گذشت مدت زمان زیادی از تغییر وضعیت کلید، سلف دوباره مشابه اتصال کوتاه عمل می‌کند:



$$i(\infty)=10/2=5^A$$

- پس از باز کردن کلید، مقاومتی که توسط سلف دیده می‌شود برابر با ۲ اهم می‌باشد. بنابراین ثابت زمانی آن برابر است با:

ثابت زمانی $=L/R=5/2=2.5^{S}$



- با استفاده از رابطهٔ زیر معادلهٔ جریان سلف را بدست می آوریم:

پاسخ مدار=مقدار نهايي+(مقدار اوليه-مقدار نهايي)*$e^{-tR/L}$

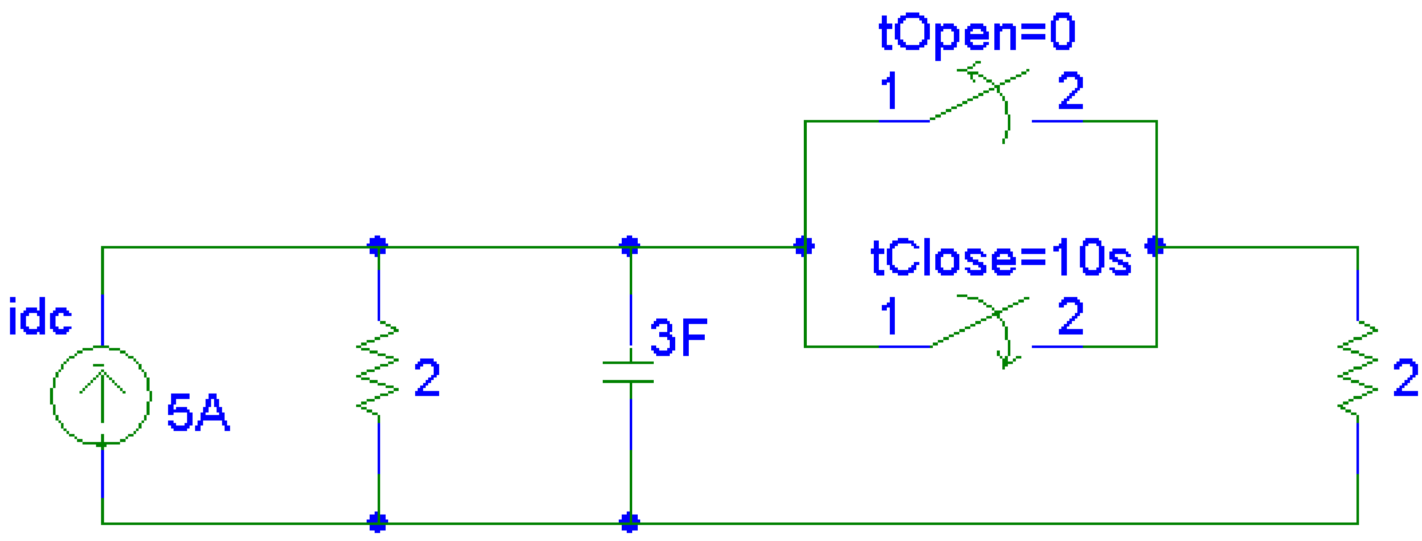
$$i(t)=5+(10-5)\ e^{-t/2.5}=5(1+e^{-t/2.5})$$

مدارهای مرتبه اول با دو کلید

- در بعضی از مدارها بیش از یک کلید وجود دارد و دو تغییر وضعیت درمدار داریم. در اینگونه موارد باید ابتدا معادله جریان یا ولتاژ را محاسبه کرد و در زمان تغییر وضعیت کلید دوم مقدار جریان یا ولتاژ سلف یا خازن بعنوان مقادیر اولیه جدید استفاده می‌شوند.

مثال از مدارهای مرتبه اول با دو کلید

- در مدار زیر کلید اول در زمان صفر باز می‌شود و در زمان t=10 کلید دوم بسته می‌شود. معادله جریان مقاومت ۲ اهم سمت چپ را بدست آورید.

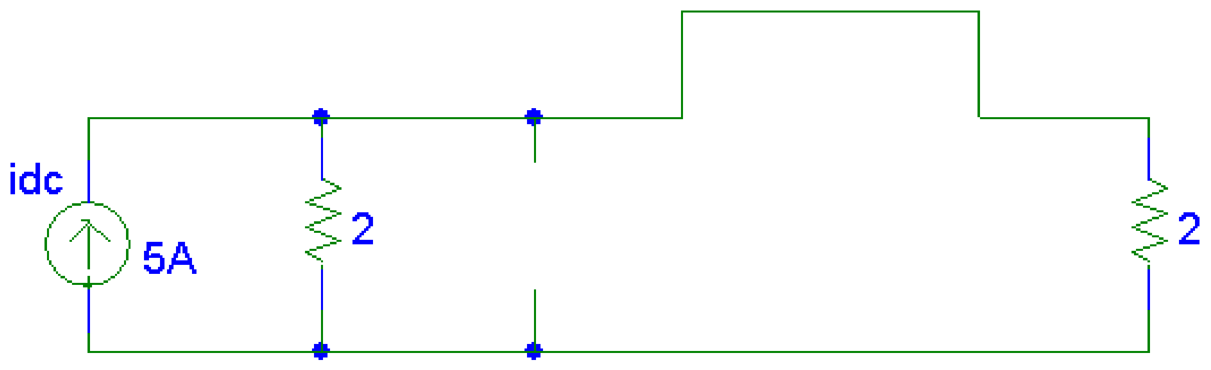


- حل این مسأله شامل دو قسمت است:
- قسمت اول از زمان صفر تا ۱۰ ثانیه است که باید شرایط اولیه و نهایی را بدست آورد.
- قسمت دوم از زمان ۱۰ ثانیه به بعد است که دوباره باید شرایط اولیه و نهایی را بدست آورد.

قسمت اول از صفر تا ۱۰ ثانیه

- در زمان قبل از صفر که کلیدها تغییر وضعیت نداده‌اند خازن مشابه مدار باز عمل می‌کند:

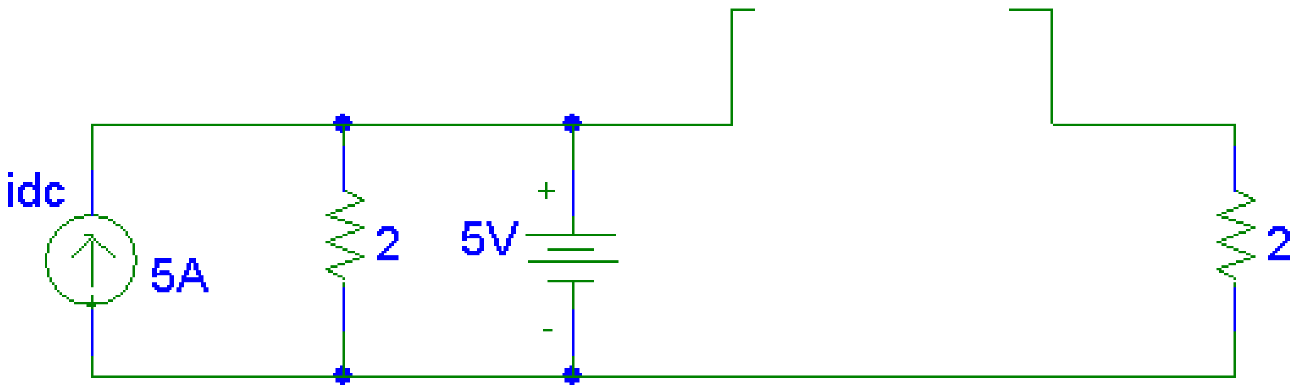
$$V_c(0^-)=5\ (2\ ||\ 2)=5^V$$



- ولتاژ خازن تغییر ناگهانی ندارد و بنابراین:

$$V_C(0^+)=V_C(0^-)=5^V$$

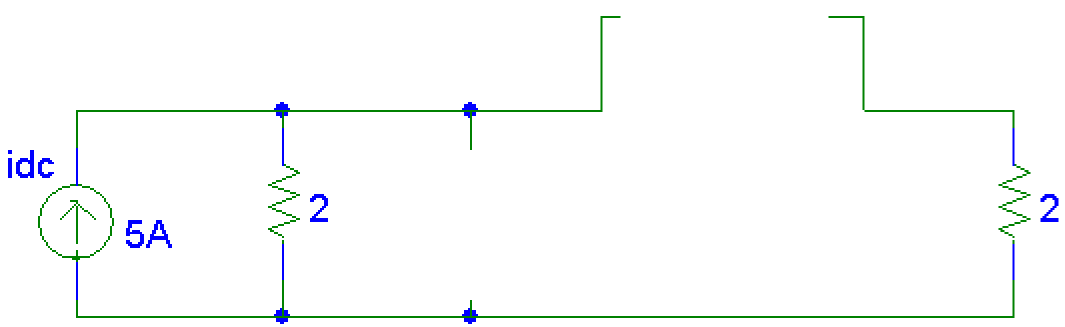
$$i_R(0^+)=5/2=2.5^A$$



- در زمانهای بعد از صفر و کمتر از ۱۰ ثانیه خازن به حالت پایدار خود می‌رسد و دوباره مشابه مدار باز عمل می‌کند:

$i_R(\infty)=5^A$

$V_C(\infty)=5*2=10^V$



- مقاومت دیده شده توسط خازن برابر با ۲ اهم است و بنابراین ثابت زمانی برابر است با:

$$\tau = RC = (2\Omega)\ (3F) = 6^s$$

بنابراین معادله جریان مقاومت برابر است با:

$$i_R(t)=5 + (2.5 - 5)e^{-t/\tau}$$

$$i_R(t)=5 - 2.5\ e^{-t/6}$$

برای زمانهای بین صفر تا ۱۰ ثانیه

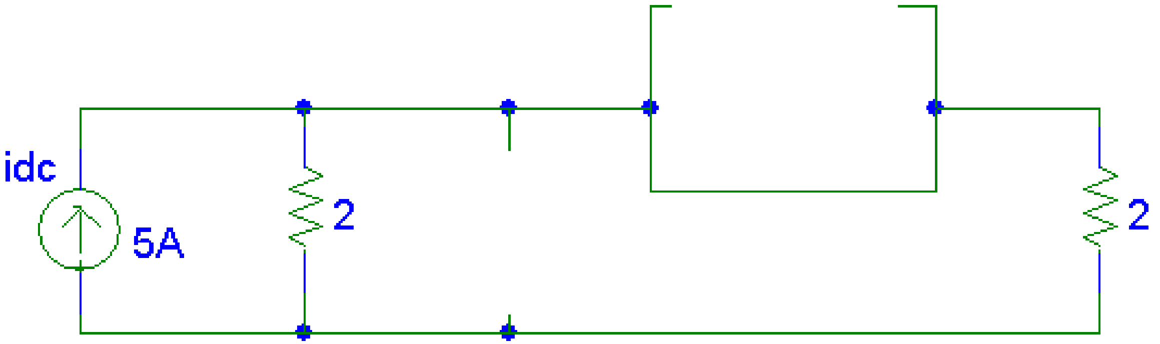
$$V_C(t)=10 + (5\text{-}10)\ e^{-t/6}$$

قسمت دوم از ۱۰ ثانیه به بعد

- در $t=10$ کلیدها تغییر وضعیت می‌دهند. مقدار ولتاژ خازن در $t=10$ بعنوان شرط اولیه برای قسمت دوم استفاده می‌شود. در قسمت اول، رابطهٔ زیر را برای ولتاژ خازن بدست آوردیم:
- $V_C(t)=10 + (5-10)\ e^{-t/6}$
- $V_C(10^-)=10 + (5-10)\ e^{-10/6}=9.06^V$
- $V_C(10+)= V_C(10-)=9.06^V$
- $i_R(10+)=9.1^V/2^\Omega = 4.53^V$

- برای زمانهای بعد از ۱۰ ثانیه (زمان بی‌نهایت)، جریان را با توجه به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

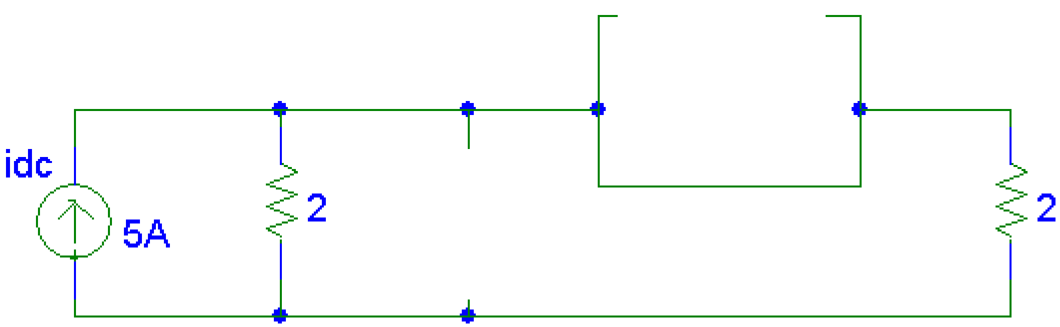
$i_R(\infty)=2.5^A$



■ ثابت زمانی مدار نیز بصورت زیر بدست می آید:

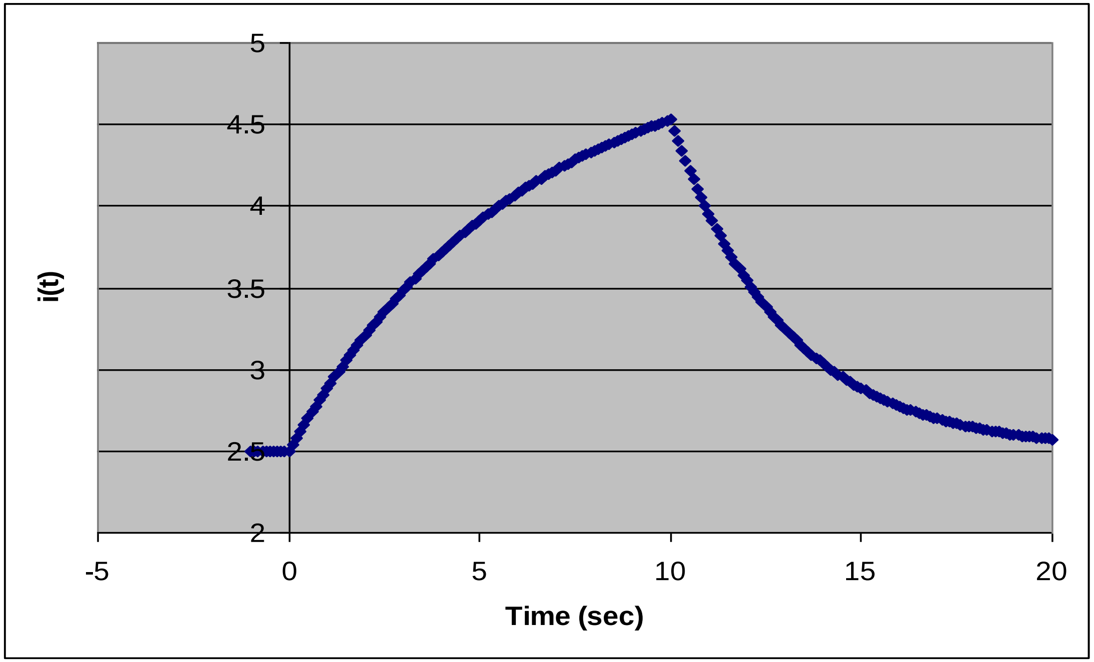
$$R_{TH} = 2\Omega \;||\; 2\Omega = 1\Omega$$

$$\tau = RC = (1\Omega)\,(3F) = 3^{S}$$



- بنابراین رابطۀ جریان مقاومت بصورت زیر می‌باشد:

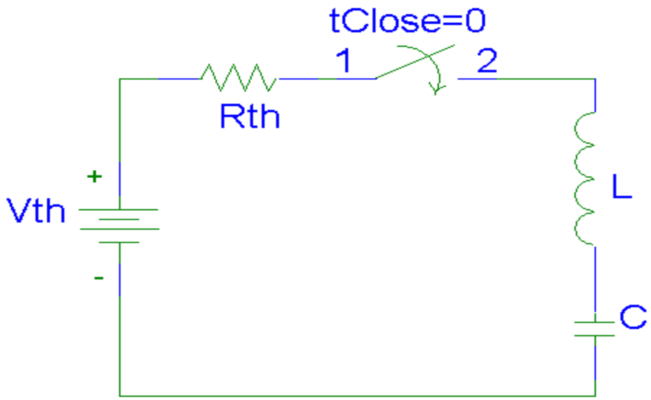
$$i_R(t)=2.5 + (4.53 - 2.5)e^{-(t-10)/3}$$



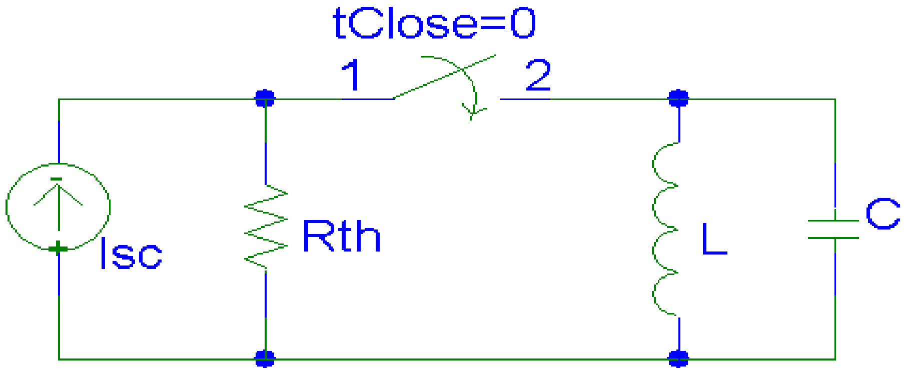
مدارهای مرتبه دوم

مدار مرتبه دوم چیست؟

- مدارهایی که دارای تعدادی مقاومت و منبع، یک خازن و یک سلف می‌باشند. این مدارها بر دو نوع هستند، مدار RLC سری و مدار RLC موازی.

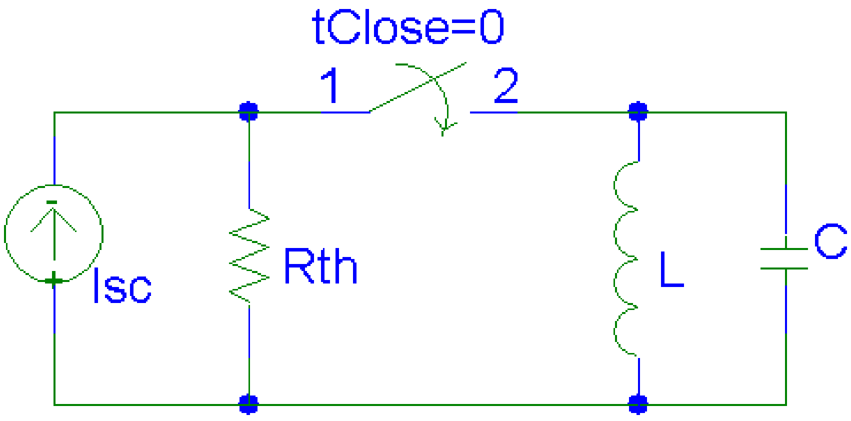


سری



موازی

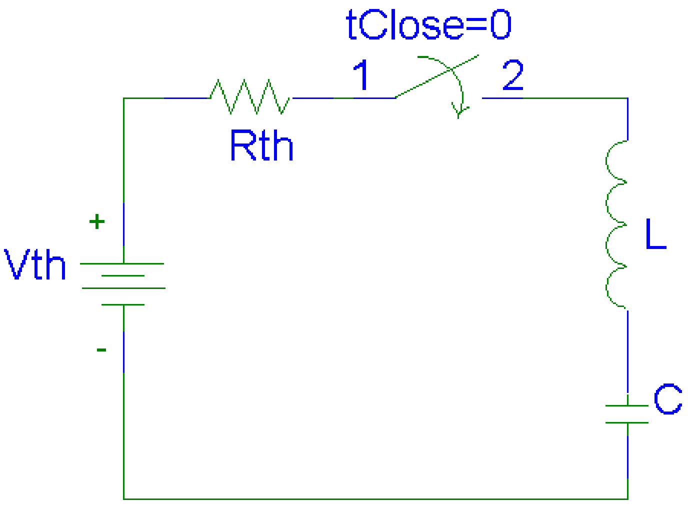
مدار RLC موازی



$$-I_{SC}+\frac{V_C}{R_{TH}}+\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}V_C(x)dx+C\frac{dV_C}{dt}$$

$$\frac{d^2V_C}{dt^2}+\frac{1}{R_{TH}C}\frac{dV_C}{dt}+\frac{1}{LC}V_C=\frac{1}{C}\frac{dI_{SC}}{dt}$$

مدار RLC سری



$$-V_{TH} + i_L R_{TH} + L\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_L(x)dx = 0$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R_{TH}}{L}\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC}i_L = \frac{1}{L}\frac{dV_{TH}}{dt}$$

فرم کلی معادلات

$$a\frac{d^2x(t)}{dt^2}+b\frac{dx(t)}{dt}+cx(t)=f(t)$$

	سری	موازی
a	1	1
b	R_{th}/L	$1/(R_{th}C)$
c	$1/(LC)$	$1/(LC)$

فرم کلی جواب

- فرم کلی جواب مدارهای مرتبه دوم بصورت زیر است:

مقدار نهایی + پاسخ طبیعی=پاسخ مدار

که مقدار نهایی در واقع پاسخ مدار است وقتی که مدار به حالت پایدار خود رسیده باشد یا بعبارت دیگر با فرض مداریاز بودن خازنها و اتصال کوتاه بودن سلفها، پاسخ مدار محاسبه می‌شود.

پاسخ طبیعی

- برای بدست آوردن پاسخ طبیعی معادلهٔ دیفرانسیلی را حل می‌کنیم:

$$a\frac{d^2x(t)}{dt^2}+b\frac{dx(t)}{dt}+cx(t)=f(t)$$

$$ap^2Ae^{pt}+bpAe^{pt}+cAe^{pt}=0$$

$$\left(ap^2+bp+c\right)Ae^{pt}=0$$

$$ap^2+bp+c=0$$

- با حل معادلهٔ درجه دوم، ریشه‌های معادله بدست می آید:

$$p_1, p_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- بسته به مقادیر ریشه‌ها سه حالت ممکن است اتفاق افتد که فوق میرا، میرای بحرانی و زیر میرا نامیده می‌شوند.

حالت فوق میرا

- اگر $b^2 > 4ac$ باشد مقادیر p_1 و p_2 حقیقی هستند و جواب معادلهٔ دیفرانسیلی (پاسخ گذرا) بصورت زیراست:

$$x_{trans}(t) = A_1 e^{-p_1 t} + A_2 e^{-p_2 t}$$

- که مقادیر p_1 و p_2 معلوم هستند ولی مقادیر A_1 و A_2 باید معلوم شوند.

حالت میرای بحرانی

- این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که $b^2 = 4ac$ باشد. با توجه به آنچه از معادلات دیفرانسیل می‌دانیم فرم جواب بصورت زیر است:

$$x_{trans}(t) = A_1 e^{-pt} + A_2 t e^{-pt}$$

- که مشابه حالت قبل مقادیر p_1 و p_2 معلوم هستند ولی مقادیر A_1 و A_2 باید معلوم شوند.

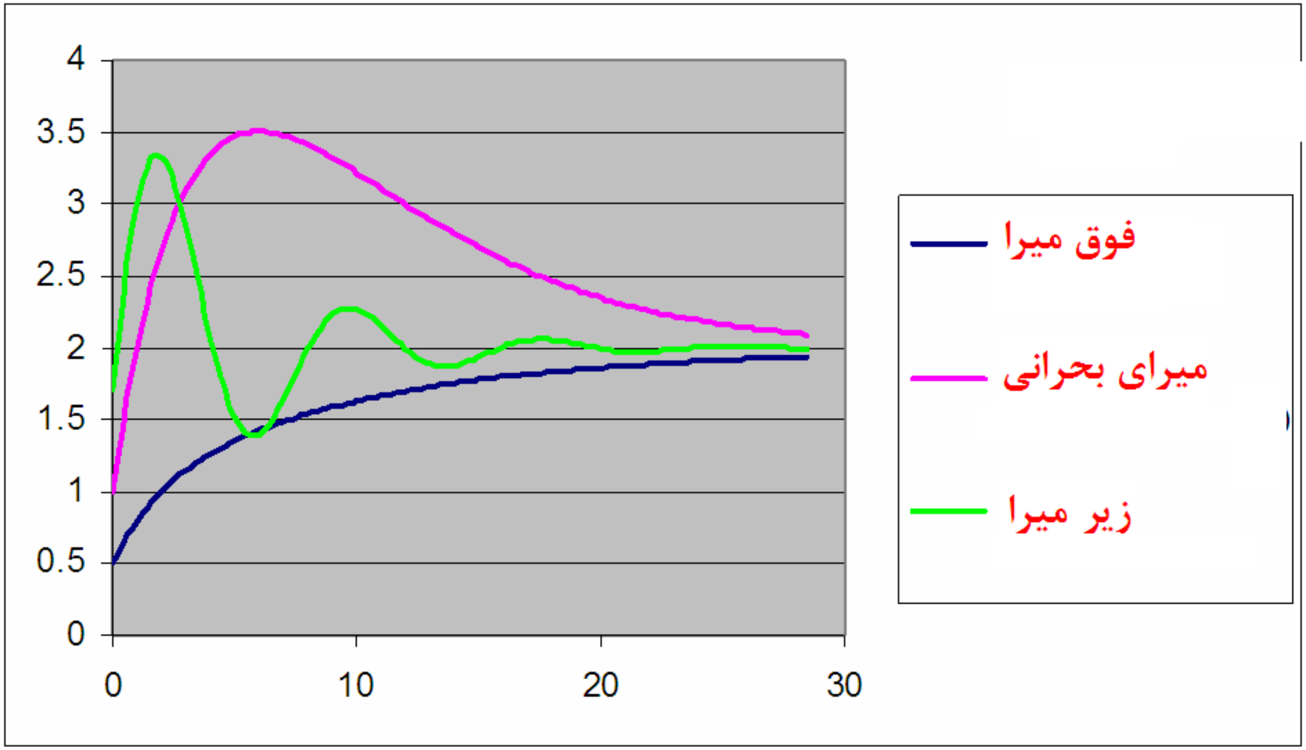
حالت زیر میرا

- این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که $b^2 < 4ac$ باشد. با توجه به آنچه از معادلات دیفرانسیل می‌دانیم فرم جواب بصورت زیر است:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$$

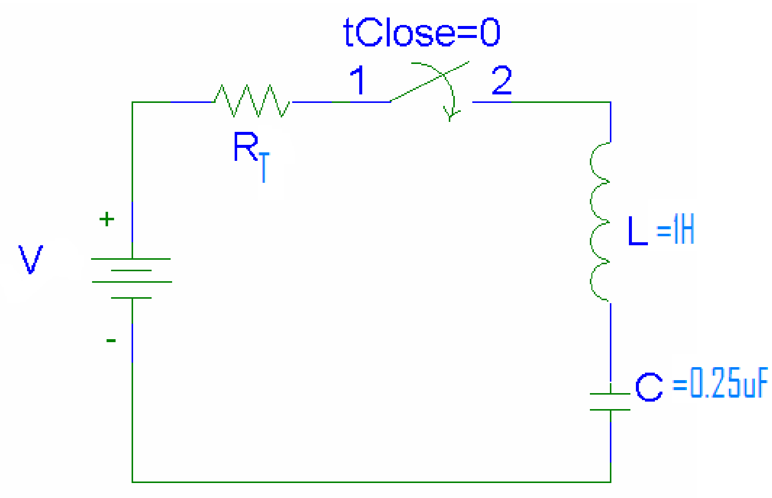
$$x_{trans}(t) = Ce^{-\alpha t} \sin(\beta t + \phi)$$

- که مشابه حالت قبل مقادیر p_1 و p_2 معلوم هستند ولی مقادیر C و ϕ باید معلوم شوند.


4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
10
20
30
فوق میرا
میرای بحرانی
زیر میرا

مثال از RLC سری

- در یک مدار RLC سری مقدار $L=1^H$, $C=0.25^{uF}$ می‌باشند. برای مقادیر مختلف مقاومت $R_T=8.5k\Omega$, 4k , 8k مشخص کنید که مدار زیرمیرا، فوق میرا یا میرای بحرانی است.



حل

- تعریف: معادله زیر که از حل آن مقادیر فرکانسهای طبیعی بدست می آید را معادله مشخصه می‌نامند:

$$ap^2 + bp + c = 0$$

$$p_1, p_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- برای مشخص کردن اینکه مدار در کدام یک از حالات زیرمیرا، فوق میرا یا میرای بحرانی است، باید معادله مشخصه را نوشته و حل کرد.

$R_T=8.5^{K\Omega}$

- در حالت سری a=1 , b=R/L , c=1/LC میباشند. بنابراین:

$$ap^2+bp+c=0$$

$$p^2+\left(\frac{8.5\times10^3}{1}\right)p+\left(\frac{1}{1\times0.25\times10^{-6}}\right)=0$$

$$p^2+8.5\times10^3\,p+4\times10^6=0$$

- با توجه به اینکه مقدار $b^2-4ac=56.25*10^6$ بزرگتر از صفر می‌باشد، معادله دو جواب حقیقی دارد و مدار در حالت فوق میرا قرار دارد.

- $p_1=-8000$
- $p_2=-500$

$R_T=4^{K\Omega}$

- دوباره معادله مشخصه تشکیل می‌شود و ریشه‌ها را بدست می آوریم:
- $a=1\ ,\ b=R/L\ ,\ c=1/LC$
- $a=1\ ,\ b=4000\ ,\ c=4*10^6$
- $b^2-4ac=16*10^6-16*10^6=0$
- بنابراین مدار در حالت میرای بحرانی قرار دارد. و هر دو ریشه معادله برابر هم و 2000- هستند.

$R_T=1^{K\Omega}$

- معادله مشخصه تشکیل می‌شود و ریشه‌ها را بدست می آوریم:
- $a=1$, $b=R/L$, $c=1/LC$
- $a=1$, $b=1000$, $c=4*10^6$
- $b^2-4ac=10^6-16*10^6=-15*10^6$

- در این حالت مدار دارای دو ریشهٔ موهومی است و بنابراین در حالت زیر میرا قرار دارد:

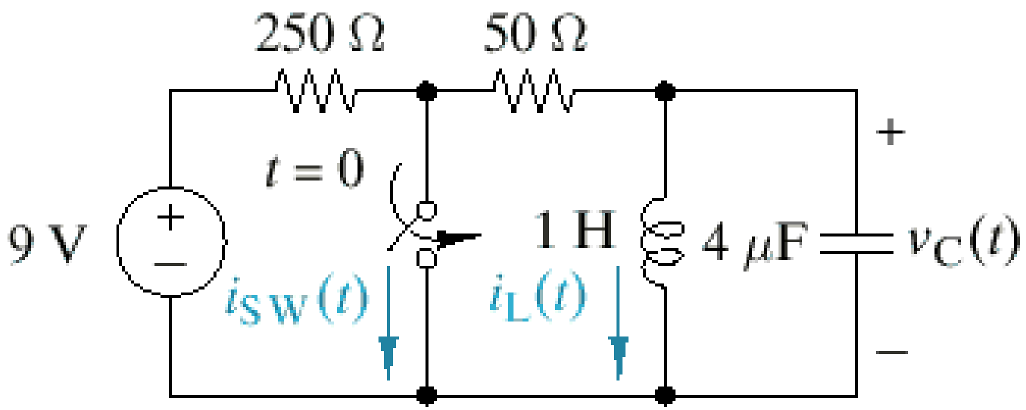
$$p1, p2 = -500 \pm 500\sqrt{15}\,j$$

- مدار با فرکانس ۱۹۳۶ نوسان میکند:

$$\omega = 500\sqrt{15} = 1936\, rad/\sec$$

مثال از مدار RLC موازی

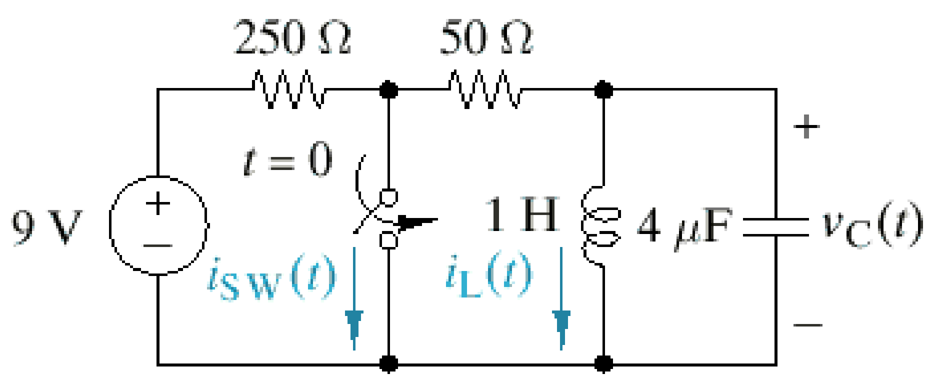
- در مدار RLC زیر ابتدا مقادیر اولیه ولتاژ خازن و جریان سلف را بدست آورید. سپس رابطۀ ولتاژ خازن را برای زمانهای بعد از بسته شدن کلید بدست آورید.



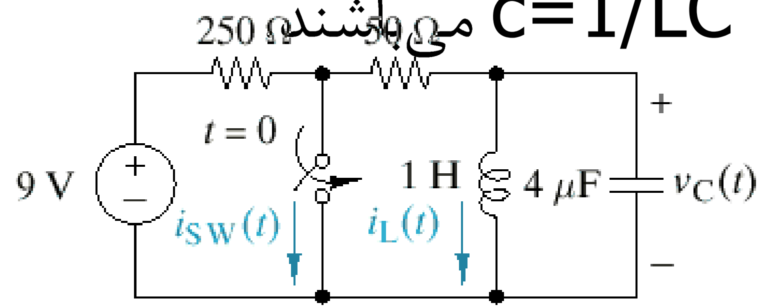
حل

- در زمانهای قبل از صفر که کلید تغییر وضعیت ندارد، سلف مانند اتصال کوتاه و خازن مدار باز درنظر گرفته می‌شود. بنابراین جریان سلف برابر است با:

- $i_L(0^-) = 9/(250+50) = 30^{mA}$
- $V_C(0^-) = 0$



- حال با استفاده از روابط گفته شده برای مدارهای RLC پاسخ مدار را بدست می‌آوریم. برای RLC موازی a=1 و b=1/RC و c=1/LC می‌باشند



$a=1$

$b=1/(50*4*10^{-6})=5000$

$c=1\ /(4*10^{-6})=25*10^{4}$

توجه به این نکته لازم است که بعد از بسته شدن کلید تنها مقاومت 50 اهم در مدار RLC وجود دارد.

- حال معادله مشخصه را نوشته و حل می‌کنیم:

$$s_1 = -50.51, \text{ and } s_2 = -4950$$

$$ap^2 + bp + c = 0$$

$$p^2 + 5000p + 25 \times 10^4 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (2500 - 4 \times 25)10^4 = 24 \times 10^6$$

$$p_1 = -50.51 \ , \ \ p_2 = -4950$$

- بنابراین مدار در حالت فوق میرا قرار دارد و پاسخ آن بشکل زیر است:

$$i_L(\mathrm{t}) = \mathrm{K_1 e^{-50.51t}} + \mathrm{K_2 e^{-4950t}}, t \geq 0$$

- برای یافتن مقادیر مجهول از شرایط اولیه استفاده می‌کنیم:

$$i_L(0) = I_o = \mathrm{K_1 e^0} + \mathrm{K_2 e^0} = 30 \times 10^{-3}, t \geq 0$$

- خازن و سلف با هم موازی هستند بنابراین می‌توان از ولتاژ اولیه خازن بعنوان یکی از شروط اولیه استفاده کرد:

$$v_C(0) = L\frac{di_L}{dt}(0) = 0$$

$$\frac{di_L}{dt} = -2000\mathrm{K}_1 e^0 \sin 0 - 1000\mathrm{K}_2 e^0 \cos 0 - 2000\mathrm{K}_2 e^0 \sin 0 + 2000\mathrm{K}_2 e^0 \cos 0$$

$$= -1000\mathrm{K}_1 - 2000\mathrm{K}_2 = 0$$

- دو رابطهٔ بدست آمده تشکل یک دستگاه دو معادله دو مجهول می‌دهند:

$$K_1 + K_2 = 30 \times 10^{-3}$$

$$-50.51K_1 - 4950K_2 = 0$$

- با حل دستگاه مقادیر مجهولات بدست می‌آید و داریم:

$$\boxed{i_L(t) = 30.3e^{-50.51t} - 0.309e^{-4950t} \; mA, t \geq 0}$$

- از آنجا که خازن و سلف با هم موازی هستند می‌توان نوشت:

$$\boxed{v_C(t) = L\frac{di_L}{dt} = -1.53\mathrm{e}^{-50.51t} + 1.53\mathrm{e}^{-4950t}\ V,\ t \geq 0}$$

- حال می‌توان جریان عبوری از سوئیچ را برای زمانهای بعد از صفر بدست آورد.

$$i_{SW}(t) = i_{250} + i_{50} = \frac{9}{250} + \frac{v_C(t)}{50}$$

$$= 36 - 30.6\mathrm{e}^{-50.51t} + 30.6\mathrm{e}^{-4950t}\ mA,\ t \geq 0$$

پاسخ پله مدار RLC

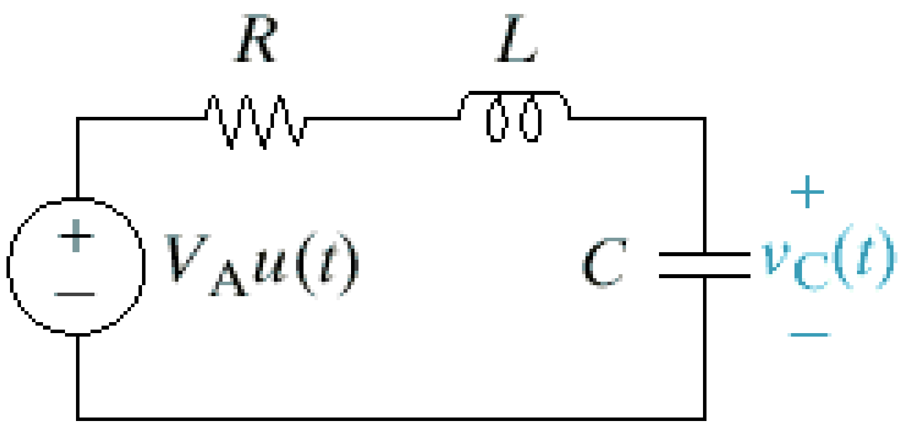
- همانگونه که قبلاً گفته شد پاسخ کامل مدار RLC شامل دو قسمت است:

مقدار نهایی + پاسخ طبیعی=پاسخ مدار

در حالتی که منبعی در مدار وجود دارد وبه آن انرژی می‌دهد، باید مقدار نهایی هم محاسبه شود و در هنگام یافتن ضرایب مجهول پاسخ مدار، از آنها استفاده شود.

مثال از پاسخ پله مدار RLC

- در مدار زیر شرایط اولیه صفر است. ولتاژ خازن را برای زمانهای بعد از صفر بدست آورید.



$V_A = 10\ \text{V}$ $C = 0.5\ \mu\text{F}$
$R = 1\ \text{k}\Omega$ $L = 2\ \text{H}$

حل

- مدار RLC سری است و بنابراین داریم:

$$10^{-6}\frac{d^2v_C}{dt^2}+0.5\times10^{-3}\frac{dv_C}{dt}+v_C=10, t\geq 0$$

- از حل معادله فوق پاسخ طبیعی مدار بدست می آید:

$$\boxed{v_n(t)=K_1e^{-250t}\cos 968t+K_2e^{-250t}\sin 968t \;\;,\;\; t\geq 0}$$

- با توجه به وجود منبع ولتاژ در مدار باید پاسخ نهایی را نیز به رابطه فوق اضافه کنیم:

$$v_C(t) = 10 + K_1 e^{-250t} \cos 968t + K_2 e^{-250t} \sin 968t, t \geq 0$$

- حال با استفاده از شرایط اولیه مقادیر مجهولات را در ربطهٔ فوق بدست می آوریم:

$$v_C(0) = 10 + K_1 = 0$$

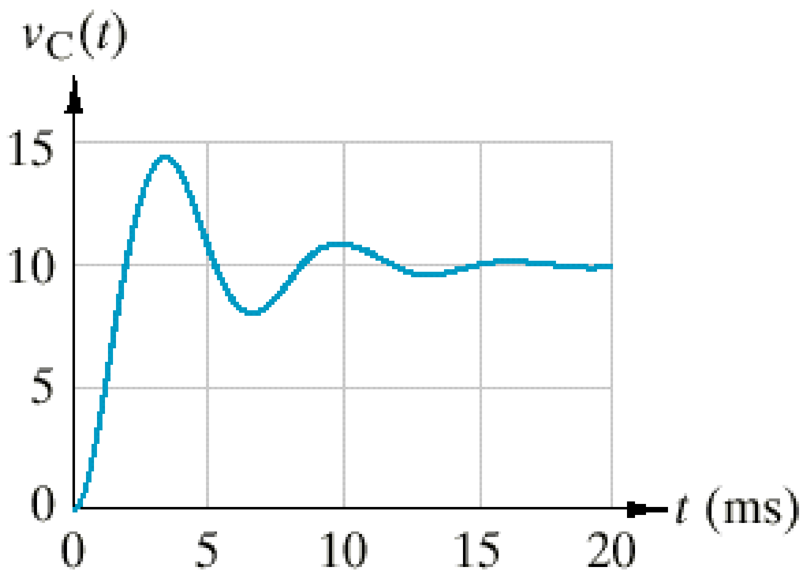
$$\frac{dv_C}{dt}(0) = -250K_1 + 968K_2 = 0$$

- از حل دستگاه فوق مقادیر k_1 و k_2 بصورت زیر بدست می آیند:

$K_1=-10 \quad , \quad K_2=-2.58$

$$\boxed{v_C(t) = 10 - 10e^{-250t}\cos 968t - 2.58e^{-250t}\sin 968t, t \geq 0}$$

- نحوهٔ تغییرات ولتاژ خازن بصورت زیر است:



خلاصه‌ای از روش حل مدارهای RLC

- با توجه به سری یا موازی بودن مدار RLC چندجمله‌ای مشخصه را تشکیل دهید.
- با استفاده از روشهای حل معادلات دیفرانسیل یا روش لاپلاس، جواب معادله مشخصه را بدست آورید.
- مقدارنهایی پاسخ را با فرض مدار باز بودن خازن و اتصال کوتاه بودن سلف بدست آورده به معادله اضافه کنید.
- با استفاده از شرایط اولیه، مجهولات موجود در پاسخ را بدست آورید.

پایان